



ARITMÉTICA

**¡Full CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN**

Jimmy García
Eddy Huamani

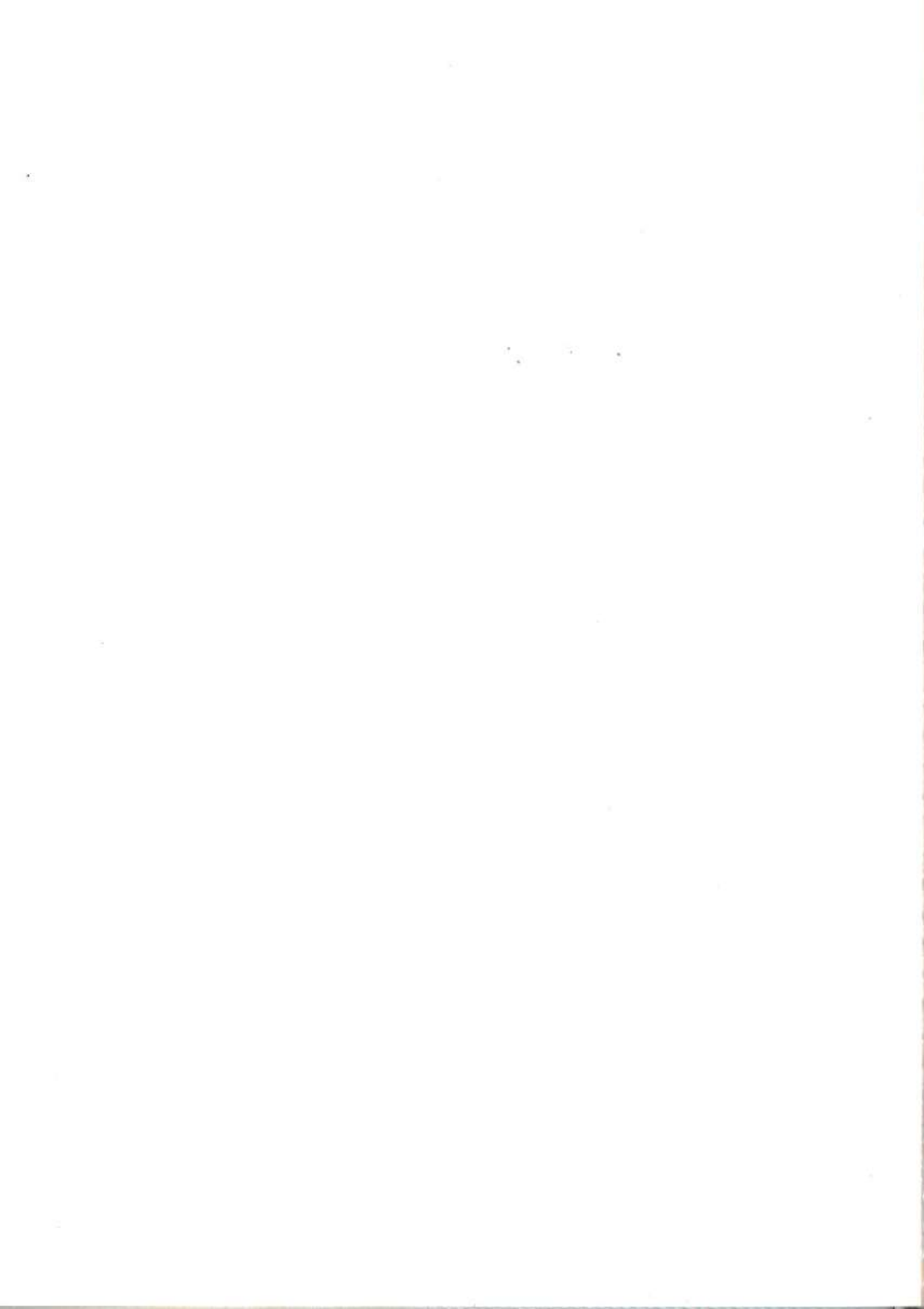
FONDO EDITORIAL
ARODO
Siempre Competitivo

Teoría y Práctica

Razones y Proporciones - Promedios

1





Teoría y Práctica

Razones y Proporciones - Promedios

1



ARITMÉTICA

¡Full CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN

Jimmy García
Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
PRODO
Siempre Competitivo

PRESENTACIÓN

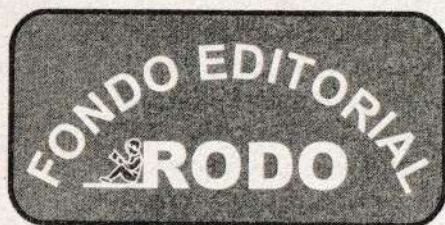
El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo conformado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2016, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **BOLETINES DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

RAZONES Y PROPORCIONES - PROMEDIOS



TRIGONOMETRÍA - TEMA SELECTO 01, 2da Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Octubre 2016 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2016 - 13264

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de GRAFIC PLUS S. A. C.

Jr. Chíncha N° 434 A. H. VIZONA LIMA - Lima 11

Se denomina razón a la comparación que se establece entre dos cantidades, referidas a una misma magnitud, mediante las operaciones de sustracción y división.

Ejemplo: Los precios de dos camisas son: S/.40 y S/.24.

Comparando mediante la operación de sustracción:

$$\begin{array}{c} \text{RAZÓN} \\ \hline \text{S/.40} - \text{S/.24} = \text{S/.16} \end{array}$$

Comparando mediante la operación de división:

$$\begin{array}{c} \text{RAZÓN} \\ \hline \frac{\text{S/.40}}{\text{S/.24}} = \frac{5}{3} \end{array}$$

Las clases de razón que estudiaremos son:

I. RAZÓN ARITMÉTICA

Quando las cantidades se comparan mediante la sustracción. Para las cantidades A y B su razón aritmética es:

$$A - B = R$$

Donde: A : Antecedente
B : Consecuente
R : Valor de la razón aritmética

Ejemplo: Las alturas de dos torres M y N son 65 m y 39 m respectivamente. Calcule el valor de su razón aritmética.

Resolución: $65 \text{ m} - 39 \text{ m} = 26 \text{ m}$

Interpretación:

- La altura de la torre M excede a la altura de la torre N en 26 m.
- La altura de la torre M es mayor en 26 m que la altura de la torre N.
- La diferencia de las alturas de las torres M y N es 26m.

II. RAZÓN GEOMÉTRICA

Quando las cantidades se comparan mediante una división indicada. Para las cantidades A y B su razón geométrica es:

$$\frac{A}{B} = k$$

Donde: A : Antecedente
B : Consecuente
k : Valor de la razón geométrica

Ejemplo: Las velocidades de los ciclistas M y N son 28 m/s y 21 m/s. Halle el valor de la razón geométrica de las velocidades.

Resolución:

$$\begin{array}{l} \text{M : } 28 \text{ m/s} = \frac{4(7 \text{ m/s})}{3} \\ \text{N : } 21 \text{ m/s} = \frac{3(7 \text{ m/s})}{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ \text{Unidad de referencia} \end{array}$$

Interpretación:

- Las velocidades de M y N están en la relación de 4 a 3.
- Las velocidades de M y N son entre sí como 4 es a 3.
- Las velocidades de M y N son proporcionales a 4 y 3.



OBSERVACIÓN

Cuando sólo se mencione razón o relación de dos cantidades asumiremos que se refiere a la razón geométrica.

III. RAZÓN ARMÓNICA

Se llama así a la comparación por sustracción de las inversas de dos cantidades. Sean las cantidades a y b, su razón armónica es:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = h$$

Donde:

a : Antecedente

b : Consecuente

h : Valor de la razón armónica

Aplicación: La razón armónica de los enteros positivos a y b es $\frac{6}{7}$ y la razón aritmética entre ellos es 6. Halle la media aritmética de los números a y b.

Resolución: Datos:

$$\bullet \quad \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{6}{7} \rightarrow \frac{b-a}{ab} = \frac{6}{7}$$

$$\bullet \quad b - a = 6$$

$$\text{Luego:} \quad \frac{6}{ab} = \frac{6}{7} \rightarrow ab = 7$$

$$\text{Sólo cumplen:} \quad b = 7 \wedge a = 1$$

$$\therefore MA(a; b) = \frac{7+1}{2} = 4$$

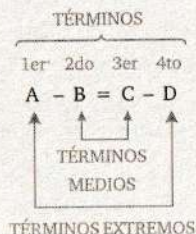
PROPORCIONES

PROPORCIÓN

Se denomina proporción a la igualdad en valor numérico de dos razones de la misma clase.
 Como se tienen tres clases de razones, se tendrá tres clases de proporciones.

I. PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Es la igualdad de dos razones aritméticas, que tienen el mismo valor de la razón.
 Con la cantidades A, B, C y D formemos una proporción aritmética:



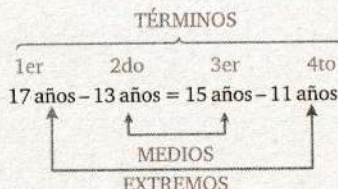
Consecuencia:

$$\underbrace{A + D}_{\text{SUMA DE EXTREMOS}} = \underbrace{B + C}_{\text{SUMA DE MEDIOS}}$$

Ejemplo: Las edades de 4 amigos son 17 años, 13 años, 15 años y 11 años.

Se observa que: $17 \text{ años} - 13 \text{ años} = 4 \text{ años}$
 $15 \text{ años} - 11 \text{ años} = 4 \text{ años}$

Luego, formamos la proporción:



Consecuencia:

$$17 \text{ años} + 11 \text{ años} = 15 \text{ años} + 13 \text{ años}$$

$$28 \text{ años} = 28 \text{ años}$$

II. PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Es la igualdad de dos razones geométricas, que tienen el mismo valor de la razón.
 Con las cantidades A, B, C y D formemos una proporción geométrica:

$$\text{TÉRMINOS} \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{er}} \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \leftarrow 3^{\text{er}} \\ 2^{\text{do}} \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \leftarrow 4^{\text{to}} \end{array} \right\} \text{TÉRMINOS}$$

A y D → TÉRMINOS EXTREMOS

B y C → TÉRMINOS MEDIOS

Consecuencia:

$$\underbrace{A \cdot D}_{\text{(PRODUCTO EXTREMOS)}} = \underbrace{B \cdot C}_{\text{(PRODUCTO MEDIOS)}}$$

Ejemplo: Las masas de 4 objetos son 10 kg; 15 kg; 12 kg y 18 kg.

$$\text{Se observa que: } \frac{10 \text{ kg}}{15 \text{ kg}} = \frac{2}{3} \wedge \frac{12 \text{ kg}}{18 \text{ kg}} = \frac{2}{3}$$

Luego, formamos la proporción:

$$\text{TÉRMINOS} \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{er}} \rightarrow \frac{10}{15} = \frac{12}{18} \leftarrow 3^{\text{er}} \\ 2^{\text{do}} \rightarrow \frac{10}{15} = \frac{12}{18} \leftarrow 4^{\text{to}} \end{array} \right\} \text{TÉRMINOS}$$

10 y 18 : EXTREMOS

15 y 12 : MEDIOS

Consecuencia:

$$\frac{10 \cdot 18}{180} = \frac{12 \cdot 15}{180}$$

Una proporción dependiendo del valor de sus términos medios puede ser:

DISCRETA: Cuando los valores de los términos medios son diferentes.

• **ARITMÉTICA:**

$$a - b = c - d \leftarrow \text{Cuarta diferencial de: } a; b \text{ y } c$$

$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Diferentes} \end{array}$

Ejemplo: Halle la cuarta diferencial de 16; 11 y 14

Formando la proporción:

$$16 - 11 = 14 - n \leftarrow \text{Cuarta diferencial}$$

$$\therefore n = 9$$

• **GEOMÉTRICA:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftarrow \text{Cuarta proporcional de: } a; b \text{ y } c$$

Ejemplo: Calcule la cuarta proporcional de 15; 25 y 18

Formando la proporción:

$$\frac{15}{25} = \frac{18}{m} \leftarrow \text{Cuarta proporcional}$$

$$15m = 25(18)$$

$$\therefore m = 30$$

CONTINUA: Cuando los valores de los términos medios son iguales.

- **ARITMÉTICA:** $a - b = b - c$ ← Tercera diferencial de a y b

 Media diferencial de a y c

Ejemplo: Halle la media diferencial de 30 y 24.

Formando la proporción:

Media diferencial

$$30 - x = x - 24$$

$$30 + 24 = 2x$$

$$\therefore x = 27$$

- **GEOMÉTRICA:** $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ← Tercera proporcional de a y b
 Media proporcional de a y c

Ejemplo: Calcule la tercera proporcional de 28 y 42.

Formando la proporción:

$$\frac{28}{42} = \frac{42}{n}$$

$$28n = (42)(42)$$

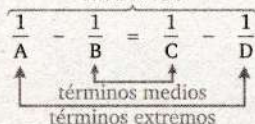
$$\therefore n = 63$$

III. PROPORCIÓN ARMÓNICA

Es la igualdad de dos razones armónicas, que tienen el mismo valor de la razón

Con las cantidades A; B; C y D formemos una proporción armónica:

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{C} - \frac{1}{D}$$



puede ser:

DISCRETA: Cuando los valores de los términos medios son diferentes.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$$

← cuarta armónica de a; b y c

Ejemplo: Halle la cuarta armónica de 2; 3 y 4

Formando la proporción:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{x}$$

$$\therefore x = 12$$

CONTINUA: Cuando los valores de los términos medios son iguales.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \leftarrow \text{tercera armónica de } a \text{ y } b.$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 media armónica de a y c

Ejemplo: Halle la tercera armónica de 6 y 8.

Formando la proporción:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{x} \leftarrow \text{tercera armónica}$$

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{8} - \frac{1}{x}$$

$$\therefore x = 12$$

PROPIEDADES DE LA PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Al realizar operaciones de adición y/o sustracción con los términos de una razón, de la proporción, éstas mismas operaciones se verifican con los términos de la otra razón.

Sea la proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Realicemos algunas operaciones con los términos de la primera razón:

$$\bullet \quad \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\bullet \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\bullet \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

Ejemplo: Si $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ y $a + b = 56$

Calcule el valor de "a"

Resolución:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{5}{5+3} \Rightarrow \frac{a}{56} = \frac{5}{8}$$

56

$$\therefore a = 35$$

Otras propiedades:

Sea: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$; se cumple:

- $a = bk \wedge c = dk$
- $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{c-a}{d-b} = k$
- $\frac{a \times c}{b \times d} = k^2$
- $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$; $n \in \mathbb{Q} \wedge n \neq 0$

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Sean las razones geométricas: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$; $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ y $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

Las cuales tienen el mismo valor numérico, lo que permite formar lo siguiente:

$$\frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

Al cual se le denomina serie de razones geométricas equivalentes (SRGE)

Donde: 10; 12; 18: Antecedentes.

15; 18; 27: Consecuentes.

$\frac{2}{3}$: Constante de proporcionalidad.

Además: 10: 1er. término 18: 4to. término

15: 2do. término 18: 5to. término

12: 3er. término 27: 6to. término

En general para n razones:

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \dots = \frac{a_n}{c_n} = k$$

Donde: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \leftarrow$ Antecedentes

$c_1, c_2, c_3, \dots, c_n \leftarrow$ Consecuentes

$k \leftarrow$ Constante de la serie (Valor de la razón)

PROPIEDADES

1. $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n} = k$

Textualmente:

$$\frac{(\text{SUMA DE ANTECEDENTES})}{(\text{SUMA DE CONSECUENTES})} = (\text{RAZÓN})$$

Ejemplo: Si: $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8}$ y $a + c = 65$

Halle el valor de b.

Resolución: $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = \frac{a+c}{5+8} = \frac{65}{13}$

Luego: $\frac{b}{7} = \frac{65}{13}$
 $\therefore b = 35$

2. $\frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}{c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot \dots \cdot c_n} = k^n$

Textualmente:

$$\frac{(\text{PRODUCTO DE ANTECEDENTES})}{(\text{PRODUCTO DE CONSECUENTES})} = (\text{RAZÓN})^n$$

n: Número de razones que se multiplican

Ejemplo: Si: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9}$ y $a \cdot b = 240$

Cacule el valor de "c".

Resolución: $\left. \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9} \right\}$ Son tres razones iguales

$$\frac{a \cdot b}{3 \cdot 5} = \left(\frac{c}{9}\right)^2 \rightarrow \frac{240}{15} = \frac{c^2}{81}$$

$\therefore c = 36$



OBSERVACIÓN

En las siguientes series:

• $\frac{125}{100} = \frac{100}{80} = \frac{80}{64}$

• $\frac{16}{24} = \frac{24}{36} = \frac{36}{54} = \frac{54}{81}$

Se observa que: el primer consecuente es igual al segundo antecedente, el segundo consecuente es igual al tercer antecedente y así sucesivamente.

A este tipo de series se le denomina: serie de razones geométricas continuas equivalentes.

En general:

$$\frac{a}{c_1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_2}{c_3} = \dots = \frac{c_{n-1}}{c_n} = k$$

También:

Sea: $c_n = m$

$$\frac{mk^n}{mk^{n-1}} = \frac{mk^{n-1}}{mk^{n-2}} = \dots = \frac{mk^2}{mk^1} = \frac{mk^1}{m} = k$$

Ejemplo: Si: $\frac{27}{m} = \frac{m}{n} = \frac{n}{8} = \frac{6}{x}$

Calcule: $m + n + x$

Resolución: Aplicando propiedad:

$$\frac{27 \cdot m \cdot n}{m \cdot n \cdot 8} = \left(\frac{6}{x}\right)^3$$

$$\frac{27}{8} = \left(\frac{6}{x}\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{6}{x}\right)^3$$

$$\therefore \boxed{x = 4}$$

Formando la serie:

$$\frac{27}{18} = \frac{18}{12} = \frac{12}{8} = \frac{6}{4} \Rightarrow \boxed{m = 18} \text{ y } \boxed{n = 12}$$

Luego: $m + n + x = 18 + 12 + 4$

$$\therefore m + n + x = 34$$

NOTA

Las propiedades aplicadas en proporciones también se pueden aplicar en una SRGE.

SERIE DE RAZONES ARITMÉTICAS EQUIVALENTES

Son expresiones de la forma:

$$a_1 - c_1 = a_2 - c_2 = a_3 - c_3 = \dots = a_n - c_n = r$$

Donde: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \leftarrow$ Antecedentes

$c_1, c_2, c_3, \dots, c_n \leftarrow$ Consecuentes

$k \leftarrow$ Valor de la razón aritmética

PROMEDIOS O MEDIAS

CONCEPTO

Se llama promedio a aquella cantidad que representa a un conjunto de cantidades. Es una medida de tendencia central y su valor varía desde el menor de los datos hasta el mayor de los datos.

Ejemplo: Dado el conjunto:

$$A = \{11; 13; 7; 9\}$$

¿Cuál de las siguientes alternativas podría ser el promedio de sus elementos?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 14,5 E) 17

Resolución: Se observa que: menor dato: 7
mayor dato: 13

Luego: $7 \leq (\text{promedio}) \leq 13$

Luego, de las alternativas el promedio podría ser 10.

ESTUDIO DE ALGUNOS PROMEDIOS

De los diferentes promedios que se conocen estudiaremos a los promedios: aritmético; geométrico; armónico y potencial.

Sean los datos:

$$\underbrace{a_1; a_2; a_3; \dots; a_n}_{\text{"n" datos}}$$

1. PROMEDIO ARITMÉTICO O MEDIA ARITMÉTICA (M.A)

Es uno de los promedios de mayor uso y el más conocido; se calcula así:

$$M.A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Ejemplo: Las notas de Jimmy en el primer bimestre del curso de Aritmética fueron: 12, 10, 16 y 14. Calcule la M.A de sus notas

Resolución: $M.A = \frac{12 + 10 + 16 + 14}{4} = \frac{52}{4}$

$\therefore M.A = 13$

2. PROMEDIO GEOMÉTRICO O MEDIA GEOMÉTRICA (M.G)

Se utiliza para datos positivos cuya variación es geométrica; aplicable para determinar índices y tasas de crecimiento; se calcula así:

$$M.G = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n}$$

Ejemplo: Si la M.G de 3 números es 6, calcule el producto de dichos números

Resolución: Sean los números: a ; b y c

$$\begin{aligned} \text{Del dato:} \quad & M.G = 6 \\ & \underbrace{} \\ & \sqrt[3]{abc} = 6 \end{aligned}$$

$$\therefore abc = 6^3 = 216$$

3. PROMEDIO ARMÓNICO O MEDIA ARMÓNICA (M.H)

Se utiliza para datos positivos que resultan de relacionar magnitudes (velocidad promedio, eficiencia promedio, etc.), se calcula así:

$$M.H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Ejemplo: Los volúmenes de 2 recipientes son 60 y 90 litros. Calcule la M.H de dichos volúmenes.

$$\text{Resolución:} \quad M.H = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{90}} = \frac{2}{\frac{3+2}{180}} = \frac{360}{5}$$

$$\therefore M.H = 72$$

Aplicación 1 El promedio de las edades de 5 personas es 19 años, si la mayor tiene 27 años. Halle el promedio de las edades de los cuatro menores.

Resolución: Sean las edades de las 5 personas:

$$\begin{aligned} & a; b; c; d \text{ y } \underbrace{27}_{\text{mayor}} \end{aligned}$$

Por dato: $\frac{a+b+c+d+27}{5} = 19$

$$a + b + c + d + 27 = 95$$

$$a + b + c + d = 68$$

Piden el promedio de los 4 menores:

$$\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{68}{4}$$

$$\therefore \frac{a+b+c+d}{4} = 17$$

4. MEDIA POTENCIAL

El número:

$$C_{\alpha} = \left(\frac{a_1^{\alpha} + a_2^{\alpha} + \dots + a_n^{\alpha}}{n} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

Se denomina "Media Potencial" de grado α de los números $a_1, a_2, \dots, a_n$.

En particular, el número:

$$* C_1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Es la media aritmética de los números $a_1, a_2, \dots, a_n$.

$$* C_2 = \left(\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Se denomina media cuadrática.

$$* C_{-1} = \left(\frac{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}}{n} \right)^{-1} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Se denomina media armónica de los números $a_1, a_2, \dots, a_n$.

PROPIEDADES

1. Si no todos los datos son iguales (al menos un dato es diferente); se cumple que:

$$\left(\begin{array}{c} \text{menor} \\ \text{dato} \end{array} \right) < M.H < M.G < M.A < \left(\begin{array}{c} \text{mayor} \\ \text{dato} \end{array} \right)$$

Ejemplo de comprobación:

Sean los datos: 2, 4 y 8

$$\begin{aligned} \bullet \quad M.A &= \frac{2+4+8}{3} = \frac{14}{3} = 4,6 \\ \bullet \quad M.G &= \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4 \\ \bullet \quad M.H &= \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{4+2+1}{8}} = \frac{24}{7} = 3,4 \end{aligned}$$

Se observa que: $2 < 3,4 < 4 < 4,6 < 8$

$$\left(\begin{array}{c} \text{menor} \\ \text{dato} \end{array} \right) < M.H < M.G < M.A < \left(\begin{array}{c} \text{mayor} \\ \text{dato} \end{array} \right)$$

En conclusión:

- Si en un problema nos hablan del menor promedio se están refiriendo a la M.H; y si nos hablan del mayor promedio se refieren a la M.A.
- Si en un problema nos hablan de promedio, pero no su clase, se sobreentiende que es el promedio aritmético porque es el más usual.

2. Si todos los datos son iguales se cumple que:

$$M.H = M.G = M.A = (\text{dato})$$

Ejemplo de comprobación:

Sean los datos: 9; 9; 9 y 9

$$\begin{aligned} \bullet \quad M.A &= \frac{9+9+9+9}{4} = \frac{36}{4} = 9 \\ \bullet \quad M.G &= \sqrt[4]{9 \times 9 \times 9 \times 9} = \sqrt[4]{9^4} = 9 \\ \bullet \quad M.H &= \frac{4}{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{4}{\frac{4}{9}} = \frac{36}{4} = 9 \end{aligned}$$

Se observa que: $M.H = M.G = M.A = 9$

3. Para 2 datos "a" y "b" se sabe:

$$\bullet \quad M.A = \frac{a+b}{2}$$

$$\bullet \quad M.G = \sqrt{ab}$$

$$\bullet \quad M.H = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \quad \Rightarrow \quad M.H = \frac{2ab}{a+b}$$

Luego:

$$M.A \times M.H = M.G^2 = a \times b$$

También:

$$(a-b)^2 = 4(M.A^2 - M.G^2) \quad \text{ó}$$

$$(a-b)^2 = 4(M.A + M.G)(M.A - M.G)$$

Aplicación 2: Calcule la diferencia de dos números enteros, si se sabe que su mayor promedio es 25 y su menor promedio es 21.

Resolución: Sean los números: a y b

Por dato: $\bullet \quad \overbrace{MA} = 25$

$$\frac{a+b}{2} = 25 \quad \Rightarrow \quad a+b = 50 \quad \dots\dots(I)$$

$\bullet \quad \overbrace{MH} = 21$

$$\frac{2ab}{a+b} = 21 \quad \Rightarrow \quad ab = 525 \quad \dots\dots(II)$$

De (I) y (II): $\boxed{a=35} ; \boxed{b=15}$

Piden: $a-b = 20$

CONSIDERACIONES A TENER PRESENTE

i) Para 3 datos "a", "b" y "c", sabemos que:

$$M.H = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \quad \Rightarrow \quad M.H = \frac{3abc}{ab+ac+bc}$$

- ii) Si la M.A de 10 números es 18; lo expresaremos así:

$$\text{M.A (10\#s)} = 18, \text{ donde \#s: números}$$

$$\frac{S(10\#s)}{10} = 18$$

$$\therefore S(10\#s) = 18 \times 10 = 180$$

Significa que la suma de los 10\#s es 180.

En forma general:

$$\text{M.A(n\#s)} = \frac{S(n\#s)}{n}$$

Luego:

$$S(n\#s) = n \times \text{M.A(n\#s)}$$

- iii) La M.A de los términos de una progresión aritmética es igual al promedio aritmético de sus términos extremos (o de cualquier pareja de términos equidistantes de los extremos)

Ejemplo: Sea la progresión aritmética:

$$18 ; 21 ; 24 ; 27 ; 30 ; 33$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$
 $+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$

$$\bullet \text{ M.A} = \frac{18 + 21 + 24 + 27 + 30 + 33}{6}$$

$$\bullet \text{ M.A} = \frac{\left(\frac{18+33}{2}\right) \times 6}{6}$$

$$\bullet \text{ M.A} = \frac{18+33}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

$$\bullet \text{ M.A} = \frac{21+30}{2} = \frac{24+27}{2}$$

En forma general:

Sea la progresión aritmética (PA):

$$a_1 ; a_2 ; a_3 ; \dots ; a_{n-1} ; a_n$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow$
 $+r \quad +r \quad \quad \quad +r$

Comúnmente el promedio aritmético se calculará:

$$\text{M.A} = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 01

Recordando: $r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1}$

Donde "r": razón aritmética

Debemos recordar también que en todo PA:

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

$$S = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) n$$

Donde: n : # de términos de la PA

S: Suma de términos de la PA

- iv) La M.G de los términos de una progresión geométrica es igual al promedio geométrico de sus términos extremos:

Ejemplo: Sea la progresión geométrica:

$$5 ; 25 ; 125 ; 625 ; 3125$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$
 $\times 5 \quad \times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$

$$5 ; 5^2 ; 5^3 ; 5^4 ; 5^5$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$
 $\times 5 \quad \times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$

- $M.G = \sqrt[5]{5^1 \times 5^2 \times 5^3 \times 5^4 \times 5^5}$
- $M.G = \sqrt[5]{5^{1+2+3+4+5}} = \sqrt[5]{5^{15}}$
- $M.G = 5^3 = 5^{\frac{6}{2}} = \sqrt{5^6} = \sqrt{5^1 \times 5^5}$
- $M.G = \sqrt{5 \times 3125} = 125$

En forma general:

Sea la progresión geométrica (PG):

$$a_1 ; a_2 ; a_3 ; \dots ; a_{n-1} ; a_n$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow$
 $\times k \quad \times k \quad \quad \quad \times k$

$$M.G = \sqrt{a_1 \times a_n}$$

Recordando: $k = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

Donde "k": razón geométrica

ALTERACIONES EN LA MEDIA ARITMÉTICA (M.A)

CASO I

Ejemplo: Las edades actuales de 4 personas son 17, 18, 13 y 8 años. Halle su edad promedio:

- a) Actualmente
- b) Hace 5 años
- c) Dentro de 7 años.

Resolución: a) $MA = \frac{17 + 18 + 13 + 8}{4} = 14$

b) $MA = \frac{(17 - 5) + (18 - 5) + (13 - 5) + (8 - 5)}{4}$

$MA = 14 - 5 = 9$

c) $MA = \frac{(17 + 7) + (18 + 7) + (13 + 7) + (8 + 7)}{4}$

$MA = 14 + 7 = 21$

Luego, para un conjunto de cantidades si a cada una de éstas se les aumenta o disminuye una misma cantidad, la MA aumentará o disminuirá en dicha cantidad.

CASO II

Ejemplo: Sean las cantidades:

12; 28; 33; 42 y 50

Al calcular su promedio, tendremos:

$$M.A = \frac{12 + 28 + 33 + 42 + 50}{5} = \frac{165}{5}$$

$\therefore M.A = 33$

Luego, si a las dos primeras cantidades le aumentamos 6 unidades a cada uno y les restamos 2 unidades a cada uno de las dos últimas cantidades, veamos que sucede con el promedio:

$$M.A' = \frac{(12 + 6) + (28 + 6) + 33 + (42 - 2) + (50 - 2)}{5}$$

Relacionando con la M.A inicial, tendremos:

$$M.A' = \underbrace{\frac{12 + 28 + 33 + 42 + 50}{5}}_{\text{Promedio inicial}} + \underbrace{\frac{2 \times 6 - 2 \times 2}{5}}_{\text{Variación de la M.A: } \Delta M.A}$$

$$M.A' = 33 + 1,6 \Rightarrow M.A' = 34,6$$

Del cual podemos afirmar que:

$$\underbrace{M.A'}_{\left(\begin{smallmatrix} \text{nuevo} \\ \text{promedio} \end{smallmatrix} \right)} = \underbrace{MA}_{\left(\begin{smallmatrix} \text{promedio} \\ \text{inicial} \end{smallmatrix} \right)} + \underbrace{\Delta MA}_{\left(\begin{smallmatrix} \text{variación del} \\ \text{promedio} \end{smallmatrix} \right)}$$

Donde:

$$\Delta M.A = \frac{\left(\begin{smallmatrix} \text{total que se} \\ \text{aumenta} \end{smallmatrix} \right) - \left(\begin{smallmatrix} \text{total que se} \\ \text{disminuye} \end{smallmatrix} \right)}{\left(\begin{smallmatrix} \text{cantidad total} \\ \text{de datos} \end{smallmatrix} \right)}$$

PROMEDIO ARITMÉTICO PONDERADO

Es un caso particular del promedio aritmético donde los datos están afectados por ciertos pesos o frecuencias. También se le conoce como un promedio de promedios.

Ejemplo:

Un profesor hace el siguiente informe sobre las 4 aulas a su cargo:

Aula	Nº de alumnos	Promedio de notas
A	40	15
B	50	14
C	60	12
D	48	10

Calcule el promedio de las notas del total de alumnos.

Resolución:

Aula	Nº de alumnos	Promedio de notas	Suma de notas
A	40	15	40×15
B	50	14	50×14
C	60	12	60×12
D	48	10	48×10
Total	198	p	2 500

Calculemos el promedio total:

$$P = \frac{40 \times 15 + 50 \times 14 + 60 \times 12 + 48 \times 10}{40 + 50 + 60 + 48}$$

$$\therefore P = \frac{2\,500}{198} = 12,62$$

Ejemplo: Óscar recibe su boleta de notas al finalizar el primer ciclo en la universidad, que a continuación presentamos:

Curso	Nº Créditos (Peso)	Nota
MAT - I	5	15
FIS - I	5	16
BAS - I	4	11
QUI - I	4	10
LENGUA - I	2	05

¿Cuál es su promedio ponderado del primer ciclo?

Resolución:

$$P = \frac{5 \times 15 + 5 \times 16 + 4 \times 11 + 4 \times 10 + 2 \times 5}{5 + 5 + 4 + 4 + 2}$$

$$\therefore P = \frac{249}{20} = 12,45$$

En forma general:

Sean las cantidades:

$$a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$$

Con sus pesos respectivos:

$$P_1; P_2; P_3; \dots; P_n$$

Siendo "P" su promedio ponderado.

$$P = \frac{a_1 \times P_1 + a_2 \times P_2 + a_3 \times P_3 + \dots + a_n \times P_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}$$

VELOCIDAD PROMEDIO (V_p)

Se calcula de la siguiente manera:

$$V_p = \frac{(\text{espacio total})}{(\text{tiempo total})}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En un evento deportivo se observa que por cada 3 varones hay 4 mujeres. Si en total han participado 98 deportistas, ¿cuántos son varones?
- A) 28 B) 36 C) 42
D) 46 E) 52
2. Las edades de Jimmy y Jessica están en la relación de 7 a 4 respectivamente, si Jimmy es 9 años mayor que Jessica, calcule la edad de Jimmy.
- A) 18 B) 21 C) 24
D) 27 E) 30
3. En un recipiente se tiene 72 litros de una mezcla de alcohol y agua, en la relación de 5 a 3 respectivamente. ¿Cuántos litros de agua se debe agregar para que la relación sea de 9 a 10?
- A) 29 B) 31 C) 19
D) 23 E) 43
4. Las edades actuales de Carlos y Fidel son 40 y 20 años respectivamente. Si dentro de "m" años la relación de sus edades será de 5 a 3 y hace "n" años era de 7 a 3. Calcule: $(m + n)$.
- A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16
5. En una reunión social asistieron por cada 7 hombres, 4 mujeres. Si en un determinado momento, 28 hombres y 10 mujeres no bailan, ¿cuántas personas asistieron a dicha reunión?
- A) 48 B) 76 C) 82
D) 64 E) 66
6. Dos móviles están separados 221 m y sus velocidades son entre sí como 6 es a 11. Halle la distancia que recorre el más veloz hasta el encuentro.
- A) 137 m B) 213 m C) 91 m
D) 152 m E) 143 m
7. Cuatro vendedores A; B; C y D tienen naranjas en la relación de 3; 5; 6 y 11 respectivamente; si "D" le diera a "A" 120 naranjas, ambos tendrían igual número de naranjas, ¿cuántas naranjas más tiene "C" con respecto a "B"?
- A) 24 B) 18 C) 28
D) 30 E) 13
8. En una proporción aritmética discreta los términos extremos están en la misma relación que 8 y 3. Si la suma de los números es 44. Calcule la cuarta diferencial.
- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

9. En una proporción geométrica continua, los términos extremos son entre sí como 8 es a 18 y su diferencia es 20. Calcule la media proporcional.

A) 16 B) 24 C) 18
D) 10 E) 20

10. Si 5 es la cuarta proporcional de a ; 6 y b además b es la cuarta proporcional de a ; 9 y 30. Calcule: $a + b$.

A) 31 B) 32 C) 33
D) 34 E) 35

11. Sabiendo que: $\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11}$

Además: $ab - c = 942$

Calcule: $a + b + c$.

A) 132 B) 128 C) 144
D) 150 E) 156

12. De la siguiente serie:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{D}{d},$$

donde se cumple:

$$\frac{A \cdot B \cdot D}{a \cdot b \cdot d} - \frac{2A(B + D)}{ab + ad} + \frac{A + B + D}{a + b + d} = 80$$

Calcule: $a + b + d$; si $A + B + D = 140$.

A) 14 B) 7 C) 21
D) 28 E) 35

13. En una serie de 3 razones geométricas continuas equivalentes, el producto de 2 razones cualquiera es $\frac{4}{9}$. Halle el segundo antecedente si la diferencia de los dos primeros consecuentes es 30.

A) 48 B) 12 C) 42
D) 30 E) 60

14. En un salón de clases el promedio de estaturas de los varones es 1,8 m; el promedio de estaturas de las mujeres es 1,6 m y el promedio de estaturas de todo el salón es 1,65 m. ¿Cuál es la relación entre el número de varones y mujeres?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

15. El promedio de edades de 5 amigos, todos ellos mayores de edad, es 28 años. ¿Cuál es la edad máxima que puede tener uno de ellos?

A) 62 B) 64 C) 66
D) 68 E) 70

16. La MG de 10 números es 8 y la MG de otros 20 números es 64. Calcule la MG de los 30 números.

A) $\sqrt{2}$ B) 16 C) 8
D) 32 E) 1024

17. En una cierta población se observó que las tasas anuales de crecimiento de los 2 últimos años fueron de 21% y 44%. Determine la tasa anual promedio de estos 2 últimos años
- A) 28% B) 32% C) 36%
D) 40% E) 44%
18. La MH de 30 números es 25, la MH de otros 10 números es 20 y la MH de otros 10 números es 50. Calcule la MH de los 50 números.
- A) $\frac{400}{13}$ B) $\frac{300}{17}$ C) $\frac{500}{19}$
D) $\frac{450}{19}$ E) 19
19. Una persona sale de su casa en su automóvil y se dirige a su trabajo a razón de 60 km/h y regresa a 30 km/h. Halle su velocidad promedio.
- A) 45 km/h B) 40 km/h C) 50 km/h
D) 42 km/h E) 58 km/h
20. Calcule la suma de dos números que se diferencian en 32, además su MG y MA están en la relación de 5 a 3.
- A) 40 B) 36 C) 44
D) 52 E) 48
21. La razón entre dos números es $\frac{5}{7}$, si al menor se le suma una unidad y al mayor se le restan 13 unidades, se obtiene una razón inversa a la original, halle la media diferencial de ambos números.
- A) 14 B) 24 C) 21
D) 15 E) 18
22. Los volúmenes de agua que contienen dos recipientes están en la relación de 4 a 5 y luego de agregar 24 litros de agua a cada recipiente, la nueva relación es de 10 a 11. Calcule la cantidad en litros en la que excede el volumen de uno de los recipientes con respecto al otro.
- A) 6 B) 4 C) 12
D) 2 E) 8
23. El dinero que tiene "A" y el que tiene "B" resultan proporcionales a 7 y 3. Si "A" le diera S/. 100 a "B", ambos tendrían la misma cantidad. ¿Cuántos soles tiene "A"?
- A) 130 B) 280 C) 135
D) 160 E) 350
24. Se tiene cierto número de bolas blancas, rojas y azules, donde se cumple que por cada 3 blancas hay 2 rojas y por cada 4 azules hay 5 rojas. Si la cantidad de azules excede a la tercera parte de las blancas en 12, calcule el valor de la razón aritmética de la cantidad de bolas rojas y blancas.
- A) 30 B) 10 C) 20
D) 15 E) 24

25. Si Luis le da a José 20 metros de ventaja para una carrera de 100 metros; José le da a Roberto una ventaja de 40 metros para una carrera de 200 metros. ¿Cuántos metros de ventaja debe dar Luis a Roberto para una carrera de 300 metros?

A) 30 B) 60 C) 72
D) 82 E) 108

26. Si N es la media diferencial de 25 y 13, calcule $N + H$, sabiendo que H es la tercera proporcional de 4 y 6.

A) 23 B) 28 C) 32
D) 24 E) 25

27. Si m, n y p son enteros positivos y:

$$\frac{m+1}{m-1} = \frac{n+2}{n-2} = \frac{p+3}{p-3}, \text{ además:}$$

$m^2 + n^2 = 45$, determine el valor de:
 $m + n + p$.

A) 32 B) 30 C) 22
D) 28 E) 18

28. Si C es la tercera proporcional de a y b, donde $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Si además:

$a^2 + 2b^2 + c^2 = 100$ con $a < c$,
donde c es par, halle la cuarta diferencial de a, b y c.

A) 30 B) 24 C) 10
D) 25 E) 11

29. En una reunión se observó que asistieron personas solteras y casadas en la relación de 13 es a 5. La relación entre el número de varones casados y el número de mujeres casadas es de 3 a 2. Si asistieron 900 personas en total, entonces, el número de mujeres casadas que asistieron a dicha reunión es:

A) 50 B) 150 C) 650
D) 250 E) 100

30. En una proporción geométrica continua, el primer término es 4 veces el cuarto término. Si la suma de los términos medios es 32; entonces, la suma de los términos extremos es:

A) 30 B) 32 C) 34
D) 36 E) 40

31. Encuentre el valor de $(b + d)$, si:

$$\frac{a^3}{189} = \frac{b^3}{875} = \frac{c^3}{56} = \frac{d^3}{448} \text{ y}$$

además: $a + c = 25$

A) 35 B) 40 C) 45
D) 27 E) 75

32. La relación de edades de dos personas es de 3 a 5. Si hace "n" años la relación de sus edades era como 1 es a 2 y dentro de "m" años será como 8 es a 13. Calcule en qué relación se encuentran "n" y "m".

A) 2 a 3 B) 8 a 9 C) 5 a 1
D) 8 a 9 E) 7 a 3

33. Dada la siguiente serie:

$$\frac{\sqrt{1+a^2}}{1} = \frac{\sqrt{4+b^2}}{2} = \frac{\sqrt{9+c^2}}{3}$$

Calcule: $a \cdot b \cdot c$, si $a + b + c = 6$

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 12

34. Las velocidades de los ciclistas A y B están en la relación de 3 a 4 y se dirigen uno al encuentro del otro, luego del encuentro siguen avanzando y al estar separados por 70 m al ciclista B le falta 35 m para llegar al punto de partida de A. ¿Qué distancia los separaba inicialmente?

- A) 170 m B) 200 m C) 173 m
D) 176 m E) 175 m

35. Sea:
- $\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96}$
- . Calcule: E.

- A) 12 B) 6 C) 18
D) 24 E) 36

36. Se sabe que:
- $\frac{x}{y} = \frac{p}{q} = \frac{r}{t} = 3$

Halle la suma de cifras de "W", si:

$$W = \frac{r^5 \cdot x^6 \cdot q^7}{p^7 \cdot t^5 \cdot y^6}$$

- A) 3 B) 18 C) 12
D) 15 E) 9

37. En una serie de 3 razones geométricas, la suma de los consecuentes es 33, el producto de los antecedentes es 320. Calcule la suma de antecedentes si el producto de los consecuentes es 1080.

- A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

38. En una proporción geométrica discreta de razón entera, la suma de los cuadrados de los cuatro términos es 221. Halle la suma de los cuatro términos.

- A) 36 B) 25 C) 18
D) 20 E) 30

39. La razón geométrica de la razón aritmética y la razón geométrica de dos números es 16, y la diferencia de estos es 24, entonces el mayor de dichos números es:

- A) 24 B) 48 C) 56
D) 60 E) 72

40. Si q es la cuarta proporcional de m, n y p, además 7 es la cuarta proporcional de
- $\sqrt{m^2 - p^2}$
- , m + p y 1, halle la razón de:
- $\sqrt{n^2 - q^2}$
- y (n - q)

- A) 5 B) 2 C) 6
D) 7 E) 4

41. Si el promedio armónico de a; 5 y b es
- $\frac{270}{43}$
- . Calcule el promedio aritmético de a y b si su promedio geométrico es el triple de a.

- A) 16 B) 19 C) 20
D) 17 E) 15

42. La edad promedio de 30 personas es 28. ¿Cuántas personas de 30 años deben retirarse para que el promedio de los restantes sea 25?
- A) 18 B) 20 C) 19
D) 16 E) 17
43. La media aritmética de 3 números es 7. La media geométrica es par e igual a uno de los números y su media armónica es $\frac{36}{7}$. Halle el menor de dichos números.
- A) 3 B) 4 C) 8
D) 6 E) 7
44. Un automóvil recorrió 600 km permutando regularmente las ruedas (incluidas las dos de repuesto); para que todas sufrieran igual desgaste. Al terminar el viaje, ¿cuántos km ha sido utilizada cada rueda?
- A) 300 B) 600 C) 500
D) 480 E) 400
45. Si la razón geométrica entre la MG y MH de dos números es $\frac{7}{6}$. Halle la razón geométrica entre la MH y MA de los mismos números.
- A) $\frac{7}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{49}{36}$
D) $\frac{36}{49}$ E) 1
46. La diferencia de dos números es 12 y la suma de su MA y su MG es 18. Calcule su MH.
- A) 5,65 B) 6,40 C) 6,85
D) 7,13 E) 7,83
47. El promedio de 100 números consecutivos es 69,5. Halle el número menor.
- A) 16 B) 15 C) 19
D) 20 E) 24
48. En una pista circular, un automóvil se desplaza a velocidades de: 2; 6; 12; 20;; 380 km/h. La velocidad promedio del automóvil es:
- A) $\frac{18}{19^2}$ B) 19 C) 20
D) $\frac{21^2}{20}$ E) $\frac{20}{21^2}$
49. El promedio armónico de las edades de 8 hermanos es 30. Ninguno de ellos es menor de 28 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener uno de ellos?
- A) 30 años B) 40 años C) 60 años
D) 90 años E) 50 años
50. Encontrar el mayor de dos números, cuya media aritmética es 26,5 y cuya media geométrica es 22,5.
- A) 31 B) 26,5 C) 40,5
D) 42,8 E) 51,6

51. Si la media aritmética de los "n" primeros números naturales (1; 2; 3; 4; ... n) es "a". ¿Cuál es la media aritmética de (a + 1; a + 2; a + 3;; a + n)?

A) $n + 1$ B) $\frac{n+1}{4}$ C) $\frac{a+n}{2}$
 D) $\left(\frac{n+1}{2}\right)a$ E) $n - 1$

52. El promedio aritmético de 30 números es 22. Si 20 de ellos son disminuidos en 10 unidades cada uno y los restantes son disminuidos en 7 unidades cada uno, ¿cuál es el nuevo promedio aritmético?

A) 13 B) 15 C) 17
 D) 19 E) 21

53. La media aritmética, geométrica y armónica de los perímetros de tres cuadrados son 10m; 8m y 6m respectivamente. Halle la media aritmética de las áreas de los tres cuadrados.

A) $\frac{63}{11} m^2$ B) $\frac{87}{12} m^2$ C) $\frac{95}{7} m^2$
 D) $\frac{97}{12} m^2$ E) $\frac{67}{13} m^2$

54. El peso promedio de todos los estudiantes de una clase A es 68,4 y de todos los estudiantes de la clase B es 71,2. Si el peso promedio de ambas clases combinadas es 70 y el número de estudiantes en la clase B excede a la de A en 16. ¿Cuántos estudiantes tiene la clase B?

A) 40 B) 36 C) 44
 D) 52 E) 48

55. En la siguiente sucesión aritmética:

9; 15; 21; 27;; a; b; c.

La $MA(a, b) = 144$. Halle la MA de todos los términos de la sucesión.

A) 70 B) 78 C) 79
 D) 80 E) 81

56. La media aritmética de $\overline{ab}$ y $\overline{ba}$ es 66, si se cumple además que $a^2 + b^2 = 90$. Halle la media geométrica de "a" y "b".

A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$
 D) $3\sqrt{7}$ E) $\sqrt{29}$

57. El promedio de A y 10 es 19; el promedio de B y 10 es 15 y el promedio de A; B y C es $21\frac{1}{3}$. Halle el promedio de: A, B, 22, 24 y C.

A) 20 B) 22 C) 24
 D) 28 E) 18

58. Se desea conocer el valor de "n" sabiendo que el promedio geométrico de los números: 2; 4; 8; 16; ... (n términos), es igual a 2048.

A) 20 B) 21 C) 22
 D) 24 E) 11

59. Un quinto de los carros que produce una fábrica cuesta \$ 4000 cada uno y el resto cuestan \$ 8000 cada uno. ¿Cuál es el precio promedio de un carro en \$?

A) 5000 B) 6000 C) 6400
 D) 7200 E) 7600

60. Si el promedio aritmético de 35 números pares consecutivos es 88. Calcule el promedio aritmético de los 35 pares siguientes.

A) 128 B) 158 C) 188
D) 208 E) 168

61. Si en la razón geométrica de dos números cuyo producto es 96 al menor se le suma 4 y al mayor se le resta 4, la razón se invierte. Halle la suma de dichos números.

A) 8 B) 20 C) 12
D) 16 E) 28

62. En un conjunto de razones geométricas iguales, cuyos antecedentes son: 6; 9; 15 y 18, se cumple que el producto de los consecuentes es igual a 2880 veces el promedio aritmético de los mismos. Halle dicho promedio.

A) 12 B) 14 C) 16
D) 20 E) 25

63. Un recipiente contiene 58 litros de agua con 2 litros de vino. ¿Qué cantidad de agua se debe agregar para que si se agrega medio litro de vino se obtenga por cada litro de mezcla 0,04 litros de vino?

A) 14 B) 7 C) 21
D) 28 E) 35

64. Luis nació 6 años antes que José; hace $2n$ años sus edades eran entre sí como 3 es a 1 y dentro de n años, estarán en la relación de 4 a 3. ¿Cuál será la relación entre sus edades cuando faltan 2 años para que la edad del menor se duplique?

A) 5 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$
D) $\frac{5}{4}$ E) 1

65. Si: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b}$ es una proporción de razón entera, de modo que: $A^2 + B^2 = 245$ y $a^2 + b^2 + B^2 = 201$, entonces el resultado de $\left(\frac{A}{a} + B\right)$ es:

A) 16 B) 21 C) 26
D) 31 E) 36

66. En cuatro razones geométricas equivalentes y continuas de razón entera, el primer antecedente más el tercer consecuente es al último antecedente como 28 a 1. Si el último consecuente es 5, entonces el segundo consecuente es:

A) 36 B) 40 C) 42
D) 45 E) 50

67. Halle el mayor de dos números tales que su MA y MG tengan por suma y diferencia 36 y 1 respectivamente.

A) 21 B) 22,5 C) 24,5
D) 25 E) 27

68. La suma, diferencia y producto de los dos mayores promedios de 3 números están en la relación de los números 3; 1 y 12. Calcule la media aritmética del mayor y menor de dichos números.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

69. Si $\frac{a}{65} = \frac{10}{b} = \frac{6}{c} = \frac{d}{35}$, además: a, b, c y d, en ese orden forman una proporción aritmética, calcule c + d.

A) 28 B) 29 C) 30
D) 31 E) 32

70. ¿En qué mes, día y hora del año 2011 se cumple que el tiempo transcurrido, es al tiempo que falta por transcurrir del año como 3 es a 5?

A) 9 a.m. del 16 de abril.
B) 8 a.m. del 16 de mayo.
C) 9 a.m. del 17 de abril.
D) 8 p.m. del 18 de abril.
E) 9 p.m. del 17 de mayo.

71. Por cada 5 hombres que entra a un evento circense, 3 entran con un niño cada uno, y de cada 7 mujeres, 4 entran con un niño cada una; además, por cada 6 hombres entran 5 mujeres. Si entraron 678 niños en total, ¿cuántos adultos entraron al evento?

A) 1155 B) 1224 C) 1515
D) 1551 E) 2105

72. La razón aritmética y una de las razones geométricas (la que es mayor que 1) de dos números enteros son como 16 a 3. La menor suma posible de estos números es:

A) 24 B) 28 C) 32
D) 40 E) 48

73. La diferencia de dos números enteros positivos a y b es 18. Si la relación entre las medias aritmética y geométrica de a y b es como 5 es a 4. La media armónica de a y b es:

A) 7,2 B) 8,4 C) 9,6
D) 10,8 E) 18

74. La media proporcional de los números a y b es 12, la tercera diferencial de a y b es 2. La media diferencial de a y (b + 1) es:

A) b + 1 B) b + 2 C) b + 3
D) b + 4 E) b + 5

75. ¿Cuántas proporciones geométricas continuas de términos naturales existen tal que la suma de sus términos sea 81 y su razón es mayor que uno?

A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

76. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ donde k es un entero positivo que tiene 3 divisores positivos; b, d y f son pares diferentes, d.e + c = 40 y a + c + e < 70. Calcule máx. {a + c + e}

A) 24 B) 36 C) 60
D) 64 E) 68

77. Si: $\frac{a^2}{b} = \frac{c}{8} = \frac{b}{c} = k$ y $b - c = 8k$

Calcule: $(a + b + c)$

- A) 56 B) 60 C) 64
D) 72 E) 80

78. La suma, la diferencia y el producto de las medias aritmética y armónica de 2 números enteros, son entre sí como 17; 8 y 180 respectivamente. La suma de los dígitos de la media geométrica de dichos números es:

- A) 3 B) 6 C) 9
D) 12 E) 15

79. La diferencia de la media aritmética y la media geométrica de dos números es 2. Si la media aritmética de las raíces cuadradas de los dos números es 20, determine la diferencia de los dos números.

- A) 60 B) 75 C) 80
D) 90 E) 92

80. Si $\frac{a}{2} = \frac{7}{b} = \frac{c}{18} = \frac{15}{d}$ y

$$a + 2b - 3c + 4d = 122.$$

Calcule: $(\sqrt{ac} + \sqrt{d - b})^2$

- A) 16 B) 25 C) 36
D) 49 E) 64

81. Un granjero tiene "N" animales, entre patos y pavos. Si el número de pavos es a N como 7 es a 20 y la diferencia entre el número de patos y pavos es 60, ¿Cuál será la relación entre patos y pavos al aumentar en 10 el número de patos?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{1}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{3}{1}$ E) $\frac{4}{1}$

82. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ tal que:

$$a + c = 56, a + d = 48, b + c = 50.$$

¿Cuál es el valor de la razón de la proporción?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{6}{5}$

83. En una proporción geométrica continua, el primer término es igual a $\frac{1}{n}$ del cuarto término. Si la suma de los 4 términos es igual a $\frac{4}{3}$ veces la suma de los consecuentes, determine la media proporcional.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

84. A es la tercera proporcional de 24 y 12; B es la cuarta proporcional de 56; 7 y 64; C es la media proporcional de 256, 4; luego, la cuarta proporcional de B, A y C es:

- A) 16 B) 18 C) 20
D) 24 E) 25

85. La media aritmética de dos números enteros es los $\frac{5}{4}$ de su media geométrica. La razón de dichos números es:

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

86. En un conjunto de tres razones geométricas iguales, la suma de los términos de cada razón es: 60, 90 y 180 respectivamente. Si la suma de los cuadrados de los antecedentes es 3136, determine la suma de las cifras del mayor de los consecuentes.

A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

87. Si la suma de las combinaciones de productos de dos en dos de a , b y c es 31 y la media geométrica de dichos números es $\sqrt[3]{30}$, ¿cuántos números de dos cifras mayores que $10 \times [MH]$ existen, tales que terminen en 5? ($[]$: máximo entero).

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

88. Los números a , b , c y d forman una proporción aritmética. Si "d" excede en 3 unidades a "a" y la suma de los cuatro términos es 30, determine uno de los términos medios, sabiendo que su producto está comprendido entre 30 y 40.

A) 3 B) 18 C) 12
D) 15 E) 9

89. Dos motociclistas parten simultáneamente, uno de M con dirección a N y el otro de N con dirección a M. Cuando se cruzan, el que salió de M había recorrido 60 km más que el otro. Luego del encuentro, uno empleó 120 minutos en llegar a N y el otro 270 minutos en llegar a M. Halle la suma de las cifras de la distancia MN, calculada en kilómetros.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

90. Sea $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = 0,5$

Halle n , si:

$$\left(\frac{b_1}{a_1}\right) + \left(\frac{b_2}{a_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{b_n}{a_n}\right)^n = 2046$$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

91. En un recipiente se mezclan 40 L de gaseosa con 60 L de vino. Si se extrae 20 L de la mezcla y se reemplaza por gaseosa, luego de la mezcla resultante se extrae 25 L, ¿cuántos litros de gaseosa habrá que agregar a lo que queda de la mezcla para que la relación de vino y gaseosa sea de 3 a 5?

A) 20 B) 18 C) 15
D) 16 E) 21

92. La MG de dos números es $8\sqrt{15}$. Si su MA y MH son dos pares consecutivos, halle la diferencia de dichos números.

A) 14 B) 16 C) 18
D) 20 E) 22

93. En una fiesta de promoción en la que asistieron 134 personas se observa que al retirarse 9 jóvenes de 17 años y 5 adultos de 31 años, el promedio de edades no se altera. Además si de los que quedan cada mujer tuviera 5 años más y cada varón 3 años menos, entonces el promedio de edades aumentaría 2 años. Cuántas parejas deben llegar para que haya 3 mujeres por cada 2 varones.

A) 9 B) 12 C) 15
D) 16 E) 18

94. Si: $\frac{a}{(n-2)!} = \frac{b}{(n-1)!} = \frac{c}{n!}$, $a + b = 2^{n-2}$
y $c = 7 \times 2^{n-2}$, entonces n es:

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

95. En una reunión el número de extranjeros es al número de peruanos como 2 es a 7. Si entre los peruanos hay hombres, mujeres y niños que están en la relación de 8; 4; 3, halle la relación en la que se encuentran el número de extranjeros con respecto a la diferencia entre el número de mujeres y niños peruanos.

A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{5}{14}$
D) $\frac{22}{7}$ E) $\frac{30}{7}$

96. En una proporción aritmética continua la diferencia de los extremos es 160; determine la suma de las cifras de la razón de dicha proporción.

A) 8 B) 10 C) 12
D) 15 E) 16

97. De una muestra de p personas, el promedio de las edades de los que bailan es q años, de los que no bailan es r años, y el promedio de las edades de todas las personas es E años. ¿Cuántas personas bailan?

A) $\frac{p(q+r)}{E}$ B) $\frac{p(E-r)}{q}$ C) $\frac{p(r-E)}{r-q}$
D) $\frac{p(r-E)}{r+q}$ E) $\frac{p(r+E)}{r-q}$

98. Si: $\frac{a^2}{28} = \frac{b^2}{63} = \frac{c^2}{112} = \frac{d^2}{175}$ y
 $a + b + c = 45$, luego (a, b, c, d) es:

A) 9000 B) 36300 C) 45000
D) 56000 E) 75000

99. Si la media aritmética y la media geométrica de a y b son dos números impares consecutivos, entonces:

$\sqrt{a} - \sqrt{b}$ es:

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2
D) 2,5 E) $\sqrt{7}$

100. Un prototipo de auto es probado a partir de 2P tramos de igual longitud donde en cada uno de ellos se coloca un velocímetro en km/h. Si la velocidad que desarrolla el auto es constante en cada tramo e igual a 8; 15; 24; 35; 48; 63;, calcule la velocidad promedio del recorrido total que desarrolla dicho prototipo.

A) $\left[\frac{10n+13}{24(n+1)^2} \right]^{-1}$ B) $\frac{12(P+1)^2}{10+13P}$
C) $\frac{24(2P+3)(P+1)}{13+10P}$
D) $\frac{(3P+1)^2}{10P+3}$ E) 24

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:** N° varones: V y N° de mujeres: M

$$\rightarrow \frac{V}{M} = \frac{3}{4} \rightarrow V = 3k \text{ y } M = 4k$$

Por dato: $V + M = 98 \rightarrow 7k = 98$

$$k = 14$$

$$\therefore V = 3(14) = 42$$

Rpta.: C**Resolución 2:** Edad de Jimmy = A

Edad de Jessica = B

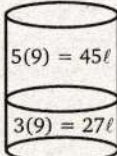
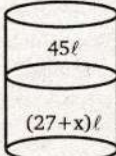
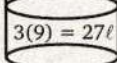
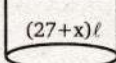
$$\rightarrow \frac{A}{B} = \frac{7}{4} \rightarrow A = 7k \text{ y } B = 4k$$

Por dato: $A - B = 9 \rightarrow 3k = 9$

$$k = 3$$

$$\therefore A = 7(3) = 21$$

Rpta.: B**Resolución 3:**

	Al inicio:	Al final:
Alcohol	 $5(9) = 45\ell$	 45ℓ
Agua	 $3(9) = 27\ell$	 $(27+x)\ell$
Total	$8(9) = 72\ell$	

Por dato:

$$\frac{45}{27+x} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{45}{27+x} = \frac{9(5)}{10(5)}$$

$$\rightarrow 27+x = 50$$

$$\therefore x = 23$$

Rpta.: D

Resolución 4: Observación: La diferencia de edades es constante, luego:

	Hace "n" años		Dentro "m" años
Carlos	7(5)	40	5(10)
Fidel	3(5)	20	3(10)
Diferencia de edades	<u>4(5)</u>	<u>20</u>	<u>2(10)</u>

Es constante

Observamos:

$$n = 40 - 35 = 5$$

$$m = 50 - 40 = 10$$

$$\therefore m + n = 10 + 5 = 15$$

Rpta.: D

Resolución 5: Observación:

$$\left(\begin{array}{c} \text{N}^\circ \text{ hom bres} \\ \text{bailan} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{N}^\circ \text{ mujeres} \\ \text{bailan} \end{array} \right)$$

Luego:

	Bailan	No bailan	
Hombres	$7k - 28$	28	7k
Mujeres	$4k - 10$	10	4k

Se cumple:

$$7k - 28 = 4k - 10$$

$$3k = 18$$

$$k = 6$$

$$\text{N}^\circ \text{ Asistentes} = 11k = 11(6)$$

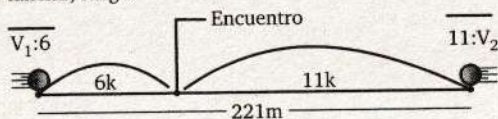
$$\therefore \text{N}^\circ \text{ Asistentes} = 66$$

Rpta.: C

Resolución 6:

Observación:

La relación de velocidades es igual a la relación de distancias, luego:



$$\rightarrow 6k + 11k = 221$$

$$\rightarrow k = 13$$

El más veloz recorre:

$$\therefore 11(13) = 143 \text{ m}$$

Rpta.: E**Resolución 7:**

Vendedor	Nº Naranjas
A	3k
B	5k
C	6k
D	11k

Por dato:

$$11k - 120 = 3k + 120$$

$$8k = 240 \rightarrow k = 30$$

Luego, el número de naranjas de "C" excede al número de naranjas de "B" en:

$$\therefore 6k - 5k = k = 30$$

Rpta.: D**Resolución 8:**

Sea la proporción aritmética discreta:

$$\frac{a}{8n} - b = c - \frac{d}{3n}$$

Por dato:

$$b + c = 44$$

De la proporción:

$$a + d = b + c$$

$$\rightarrow 11n = 44 \rightarrow n = 4$$

La cuarta diferencial es:

$$\therefore d = 3 \times 4 = 12$$

Rpta.: C

Resolución 9: Sea la proporción continua:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Dato: $\frac{a}{c} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9} \rightarrow a = 4n \text{ y } c = 9n$

De la proporción: $a \cdot c = b^2 \rightarrow (4n)(9n) = b^2$

$$\rightarrow b = 6n$$

Además: $c - a = 20$

$$5n = 20$$

$$n = 4$$

Media proporcional:

$$\therefore b = 6 \times 4 = 24$$

Rpta.: D

Resolución 10: Tenemos:

$$\bullet \frac{a}{6} = \frac{b}{5} \rightarrow a = 6k \wedge b = 5k$$

$$\bullet \frac{a}{9} = \frac{30}{b} \rightarrow \frac{6k}{9} = \frac{30}{5k}$$

$$\rightarrow 30k^2 = 270 \rightarrow k^2 = 9$$

$$\rightarrow k = 3$$

$$\rightarrow a = 6 \times 3 = 18 \wedge b = 5 \times 3 = 15$$

$$\therefore a + b = 18 + 15 = 33$$

Rpta.: C

Resolución 11: Tenemos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = k$$

$$\rightarrow a = 4k \wedge b = 7k \wedge c = 11k$$

En el dato: $(4k)(7k) - 11k = 942$

$$28k^2 - 11k = 942$$

$$k(28k - 11) = 6 \times 157$$

$$\rightarrow k = 6$$

De la SRGE: $\frac{a+b+c}{4+7+11} = 6 \rightarrow a+b+c = 22 \times 6$

$$\therefore a+b+c = 132$$

Rpta.: A

Resolución 12: Dada la serie de razones:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{D}{d} = k; \text{ luego:}$$

$$\bullet \frac{A \cdot B \cdot D}{a \cdot b \cdot d} = k^3$$

$$\bullet \frac{2A(B+D)}{ab+ad} = 2 \frac{A}{a} \cdot \frac{(B+D)}{(b+d)} = 2 \cdot k \cdot k = 2k^2$$

$$\bullet \frac{A+B+D}{a+b+d} = k$$

$$\rightarrow k^3 - 2k^2 + k = 80 \rightarrow k(k^2 - 2k + 1) = 80$$

$$\rightarrow k(k-1)^2 = 5 \times 4^2 \rightarrow k = 5$$

Ahora: $\frac{A+B+D}{a+b+d} = 5 \rightarrow \frac{140}{a+b+d} = 5$

$$\therefore a+b+d = 28$$

Rpta.: D

Resolución 13: Sea: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

Por dato: $(k)(k) = \frac{4}{9} \rightarrow k = \frac{2}{3}$

Luego: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$

Propiedad: $\frac{(a)(b)(c)}{(b)(c)(d)} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \rightarrow \frac{a}{d} = \frac{8}{27}$

Entonces: $\frac{8n}{12n} = \frac{12n}{18n} = \frac{18n}{27n} = \frac{2}{3}$

Por dato: $18n - 12n = 30 \rightarrow n = 5$

$$\therefore \text{Segundo antecedente: } 12 \times 5 = 60$$

Rpta.: D

Resolución 14:

	Estatura Promedio	Cantidad
Varones	1,8 m	V
Mujeres	1,6 m	M

Del cuadro: $1,8 = \frac{\sum \text{Estatura Varones}}{V} \rightarrow \sum \text{Estatura Varones} = 1,8 V$

$$1,6 = \frac{\sum \text{Estatura Mujeres}}{M} \rightarrow \sum \text{Estatura Mujeres} = 1,6 M$$

Además: $\frac{\text{Estatura Promedio Salón}}{1,65} = 1,65$

$$\rightarrow \frac{1,8V + 1,6M}{V + M} = 1,65$$

$$\rightarrow 1,8V + 1,6M = 1,65V + 1,65M$$

$$\rightarrow 0,15V = 0,05M$$

$$\therefore \frac{V}{M} = \frac{1}{3}$$

Rpta.: D
Resolución 15: N° de amigos = 5

(Edad promedio) = 28

$$\rightarrow \frac{\sum \text{edades}}{5} = 28 \rightarrow \sum \text{edades} = 140$$

Por dato: (Edad Mínima) = 18 años.

Sea "x" la edad máxima de uno de ellos, entonces, los otros 4 deben tener la edad mínima. Luego:

$$x + 4(18) = 140$$

$$x + 72 = 140$$

$$\therefore x = 68$$

Rpta.: D

Resolución 16: Del texto:

$$\bullet \sqrt[10]{a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{10}} = 8$$

$$\rightarrow a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{10} = 8^{10} = 2^{30}$$

$$\bullet \sqrt[20]{b_1 \times b_2 \times \dots \times b_{20}} = 64$$

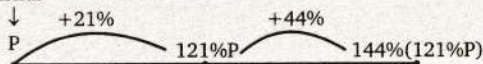
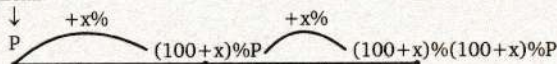
$$\rightarrow b_1 \times b_2 \times \dots \times b_{20} = 64^{20} = 2^{120}$$

Piden:

$$MG(30 \text{ números}) = \sqrt[30]{a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{10} \times b_1 \times b_2 \times \dots \times b_{20}}$$

$$MG(30 \text{ números}) = \sqrt[30]{2^{30} \times 2^{120}} = \sqrt[30]{2^{150}}$$

$$\therefore MG(30 \text{ números}) = 2^5 = 32$$

Rpta.: D**Resolución 17:**Población
InicialPoblación
Inicial

$$\rightarrow [(100+x)\%]^2 P = 144\%(121\%P)$$

$$(100+x)\% = \sqrt{144\% \cdot 121\%} = 132\%$$

$$\therefore x\% = 32\%$$

Rpta.: B**Resolución 17:** Del enunciado:

$$\bullet MH(30 \text{ Números}) = 25$$

$$\frac{30}{\left(\begin{array}{c} \text{Suma Inversas} \\ 30 \text{ Números} \end{array} \right)} = 25$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{Suma Inversas} \\ 30 \text{ Números} \end{array} \right) = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

$$\bullet MH(10 \text{ Números}) = 20$$

$$\frac{10}{\left(\begin{array}{c} \text{Suma Inversas} \\ 10 \text{ Números} \end{array} \right)} = 20$$

$$\rightarrow \left(\frac{\text{Suma Inversas}}{10 \text{ Números}} \right) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \text{ MH (10 Números)} = 50$$

$$\frac{10}{\left(\frac{\text{Suma Inversas}}{10 \text{ Números}} \right)} = 50$$

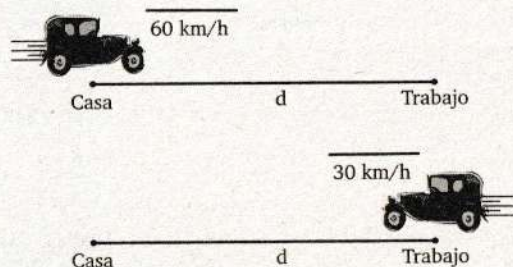
$$\rightarrow \left(\frac{\text{Suma Inversas}}{10 \text{ Números}} \right) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

Piden:

$$\text{MH (50 Números)} = \frac{50}{\left(\frac{\text{Suma Inversas}}{50 \text{ Números}} \right)}$$

$$\text{MH (50 Números)} = \frac{50}{\frac{6}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}}$$

$$\therefore \text{MH (50 Números)} = \frac{500}{19}$$

Rpta.: C
Resolución 19: Se tiene:


$$\left(\frac{\text{Velocidad}}{\text{Promedio}} \right) = \frac{(\text{Espacio Total})}{(\text{Tiempo Total})}$$

$$V_p = \frac{2d}{\frac{d}{60} + \frac{d}{30}} = \frac{2 \times 60 \times 30}{60 + 30}$$

$$\therefore V_p = 40 \text{ km/h}$$

Rpta.: B

Resolución 20: Sean los números: a y b .

Datos:

$$\bullet \quad a - b = 32$$

$$\bullet \quad \frac{MA}{MG} = \frac{5}{3} \rightarrow \begin{matrix} MA = 5K \\ MG = 3K \end{matrix}$$

Propiedad:

$$(a - b)^2 = 4(MA + MG)(MA - MG)$$

$$(32)^2 = 4(8k)(2k)$$

$$32 \times 32 = 64k^2$$

$$\rightarrow k = 4$$

Luego:

$$MA = 5 \times 4 = 20$$

$$\rightarrow \frac{a+b}{2} = 20$$

$$\therefore a + b = 40$$

Rpta.: A**Resolución 21:** Sean los números: a y b

Por dato:

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{7} \rightarrow \begin{matrix} A = 5K \\ B = 7K \end{matrix}$$

Además:

$$\frac{5K+1}{7K-13} = \frac{7}{5}$$

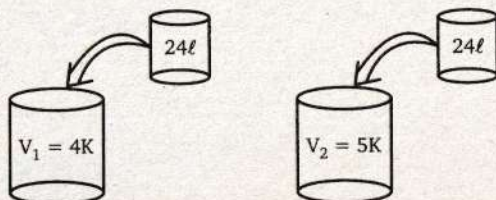
$$\rightarrow 25K + 5 = 49K - 91$$

$$\rightarrow 96 = 24K$$

$$\rightarrow K = 4$$

$$\rightarrow A = 5 \times 4 = 20 \wedge B = 7 \times 4 = 28$$

$$\therefore \text{Media Diferencial de } 20 \text{ y } 28 = \frac{20+28}{2} = 24$$

Rpta.: B**Resolución 22:** Tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Por dato:} \quad \frac{4K + 24}{5K + 24} &= \frac{10}{11} \\ 44K + 264 &= 50K + 240 \\ 24 &= 6K \\ \rightarrow K &= 4 \end{aligned}$$

Diferencia de volúmenes:

$$\therefore (5K + 24) - (4K + 24) = K = 4$$

Rpta.: B
Resolución 23: "A" tiene: 7K

"B" tiene: 3K

$$\begin{aligned} \text{Por dato:} \quad 7K - 100 &= 3K + 100 \\ 4K &= 200 \\ K &= 50 \\ \therefore \text{"A" tiene: } 7 \times 50 &= 350 \end{aligned}$$

Rpta.: E
Resolución 24: N° de bolas blancas: A

N° de bolas rojas: B

N° de bolas azules: C

$$\begin{aligned} \text{Datos:} \quad \frac{A}{B} &= \frac{3(5)}{2(5)} \left\{ \begin{array}{l} A = 15K \\ B = 10K \end{array} \right. \\ \frac{C}{B} &= \frac{4(2)}{5(2)} \left\{ \begin{array}{l} C = 8K \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Además:} \quad 8K - \frac{1}{3}(15K) &= 12 \rightarrow 3K = 12 \\ \rightarrow K &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore A - B = 5K = 5 \times 4 = 20$$

Rpta.: C

Resolución 25: • Respecto a Luis y José:

Luis recorre 100 m.

José recorre 80 m.

$$\rightarrow \frac{e_{\text{Luis}}}{e_{\text{José}}} = \frac{5}{4}$$

• Respecto a José y Roberto:

José recorre 200 m.

Roberto recorre 160 m.

$$\rightarrow \frac{e_{\text{José}}}{e_{\text{Roberto}}} = \frac{5}{4}$$

Luego:

$$\frac{e_{\text{Luis}}}{e_{\text{José}}} \times \frac{e_{\text{José}}}{e_{\text{Roberto}}} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow \frac{e_{\text{Luis}}}{e_{\text{Roberto}}} = \frac{25}{16}$$

$$e_{\text{Luis}} = 25(12) = 300$$

$$e_{\text{Roberto}} = 16(12) = 192$$

Observamos: Mientras que Luis recorre 300 m, Roberto recorre 192 m, entonces, la ventaja debe ser de:

$$\therefore 300 - 192 = 108$$

Rpta.: E**Resolución 26:** Del texto:

$$\bullet \quad 25 - N = N - 13$$

$$25 + 13 = 2N \rightarrow N = 19$$

$$\bullet \quad \frac{4}{6} = \frac{6}{H} \rightarrow 4H = 6 \times 6 \rightarrow H = 9$$

$$\therefore N + H = 19 + 9 = 28$$

Rpta.: B

Resolución 27: Dada la serie: $\frac{m+1}{m-1} = \frac{n+2}{n-2} = \frac{p+3}{p-3}$

Propiedad: $\frac{(m+1)+(m-1)}{(m+1)-(m-1)} = \frac{(n+2)+(n-2)}{(n+2)-(n-2)} = \frac{(p+3)+(p-3)}{(p+3)-(p-3)}$

Luego: $\frac{2m}{2} = \frac{2n}{4} = \frac{2p}{6} \rightarrow \frac{m}{1} = \frac{n}{2} = \frac{p}{3} = k$

Reemplazando en el dato:

$$\rightarrow m = k; n = 2k \wedge p = 3k$$

$$k^2 + 4k^2 = 45 \rightarrow 5k^2 = 45 \rightarrow k = 3$$

$$\therefore m + n + p = 6k = 6 \times 3 = 18$$

Rpta.: D

Resolución 28: Del texto: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \rightarrow a \cdot c = b^2$

Además: $a^2 + 2b^2 + c^2 = 100$

$$a^2 + 2ac + c^2 = 100$$

$$(a + c)^2 = 100$$

$$a + c = 10 \quad c: \text{par} \wedge a < c$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2 \quad 8 \rightarrow b = 4$$

Entonces: $2 - 4 = 8 - x \rightarrow \text{cuarta diferencial}$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: C

Resolución 29: Del texto: $\frac{(\text{N}^\circ \text{ solteros})}{(\text{N}^\circ \text{ casados})} = \frac{13k}{5k}$

$$\frac{(\text{N}^\circ \text{ varones casados})}{(\text{N}^\circ \text{ mujeres casadas})} = \frac{3k}{2k}$$

Dato: $13k + 5k = 900$

$$\rightarrow k = 50$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ de mujeres casadas: } 2 \times 50 = 100$$

Rpta.: E

Resolución 30: Sea la proporción continua:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Dato:

$$a = 4c$$

$$\rightarrow \frac{4c}{b} = \frac{b}{c} \rightarrow (4c)(c) = b^2$$

$$\rightarrow b = 2c$$

Además:

$$b + b = 32$$

$$\rightarrow b = 16 \wedge c = 8 \wedge a = 32$$

$$\therefore a + c = 32 + 8 = 40$$

Rpta.: E**Resolución 31:** Dada la serie:

$$\frac{a^3}{189} = \frac{b^3}{875} = \frac{c^3}{56} = \frac{d^3}{448}$$

$$7 \times 27 \quad 7 \times 125 \quad 7 \times 8 \quad 7 \times 64$$

$$\rightarrow \frac{a^3}{27} = \frac{b^3}{125} = \frac{c^3}{8} = \frac{d^3}{64}$$

$$\rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2} = \frac{d}{4} = k$$

En el dato:

$$3k + 2k = 25$$

$$\rightarrow k = 5$$

Entonces:

$$b + d = 5k + 4k = 9k = 9 \times 5$$

$$\therefore b + d = 45$$

Rpta.: C**Resolución 32:**

	"n" años		"m" años	
A	1(10)k	3(5)k	8(2)k	
B	2(10)k	5(5)k	13(2)k	
Diferencia de Edades	1(10)k	2(5)k	5(2)k	

La diferencia de edades es constante

$$\bullet \quad n = 15k - 10k \rightarrow n = 5k$$

$$\bullet \quad m = 16k - 15k \rightarrow m = k$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{5k}{k} = \frac{5}{1}$$

Rpta.: C

Resolución 33: En la serie dada, elevamos al cuadrado:

$$\frac{1+a^2}{1} = \frac{4+b^2}{4} = \frac{9+c^2}{9}$$

Luego:
$$\frac{1+a^2-1}{1} = \frac{4+b^2-4}{4} = \frac{9+c^2-9}{9}$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{1} = \frac{b^2}{4} = \frac{c^2}{9} \rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = k$$

En el dato: $k + 2k + 3k = 6 \rightarrow k = 1$

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 3$$

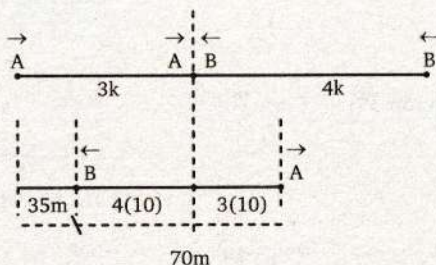
$$\therefore a \cdot b \cdot c = 6$$

Rpta.: C

Resolución 34: Dato:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{3}{4}$$

Graficando:



Observe: $3k = 35 + 40 \rightarrow k = 25$

$$\therefore d_{AB} = 7k = 7 \times 25 = 175$$

Rpta.: E

Resolución 35: Dada la serie:

$$\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96} = k$$

Propiedad:

$$\frac{(3)(P)(E)(R)(U)}{(P)(E)(R)(U)(96)} = k^5$$

$$k^5 = \frac{1}{32} \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

Luego:

$$\frac{(3)(P)}{(P)(E)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{3}{E} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore E = 12$$

Rpta.: A**Resolución 36:** De la serie:

$$\bullet \frac{x}{y} = 3 \rightarrow \frac{x^6}{y^6} = 3^6$$

$$\bullet \frac{p}{q} = 3 \rightarrow \frac{p^7}{q^7} = 3^7 \rightarrow \frac{q^7}{p^7} = \frac{1}{3^7}$$

$$\bullet \frac{r}{t} = 3 \rightarrow \frac{r^5}{t^5} = 3^5$$

Luego:

$$W = \frac{r^5}{t^5} \cdot \frac{x^6}{y^6} \cdot \frac{q^7}{p^7} = 3^5 \cdot 3^6 \cdot \frac{1}{3^7} = 3^4$$

$$W = 81$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 8 + 1 = 9$$

Rpta.: E**Resolución 37:** Sea la serie:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$a \cdot c \cdot e = 320$$

$$b \cdot d \cdot f = 1080$$

Propiedad:

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3$$

$$\rightarrow k^3 = \frac{320}{1080} = \frac{8}{27}$$

$$\rightarrow k = \frac{2}{3}$$

Además:

$$b + d + f = 33$$

Entonces: $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{2}{3} = \frac{a+c+e}{33}$

$\therefore a+c+e = 22$

Rpta.: C

Resolución 38: Sea la proporción discreta:

$$\frac{bk}{b} = \frac{ak}{a} = k \in \mathbb{Z}$$

Dato: $(bk)^2 + b^2 + (ak)^2 + a^2 = 221$

$$b^2(k^2 + 1) + a^2(k^2 + 1) = 221$$

$$\rightarrow (k^2 + 1)(b^2 + a^2) = 17 \times 13$$

$$\rightarrow k = 4 \wedge b = 2 \wedge a = 3$$

Luego: $\frac{8}{2} = \frac{12}{3} = 4$

$\therefore 8 + 2 + 12 + 3 = 25$

Rpta.: D

Resolución 39: Sean los números: A y B

Datos: $\bullet A - B = 24$

$$\bullet \frac{A-B}{\frac{A}{B}} = 16 \rightarrow \frac{24}{\frac{A}{B}} = 16 \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{3}{2}$$

Como: $A - B = 24$

$$A = 3(24) = 72$$

$\rightarrow$

$$B = 2(24) = 48$$

$\therefore$ Mayor número: $A = 72$

Rpta.: C

Resolución 40:

Del texto:

$$\bullet \frac{m}{n} = \frac{p}{q} \rightarrow \frac{m}{p} = \frac{n}{q}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{m^2 - p^2}}{(m+p)} = \frac{1}{7}$$

Elevando al cuadrado:

$$\frac{(m^2 - p^2)}{(m+p)^2} = \frac{1}{49} \rightarrow \frac{(m+p)(m-p)}{(m+p)^2} = \frac{1}{49}$$

$$\rightarrow \frac{(m-p)}{(m+p)} = \frac{1}{49} \rightarrow 49m - 49p = m + p$$

$$\rightarrow 48m = 50p \rightarrow \frac{m}{p} = \frac{25}{24} \rightarrow \frac{n}{q} = \frac{25}{24}$$

Piden:

$$\frac{\sqrt{n^2 - q^2}}{(n-q)} = \frac{\sqrt{25^2 - 24^2}}{(25-24)}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{n^2 - q^2}}{(n-q)} = 7$$

Rpta.: D**Resolución 41:**

Se tiene:

$$\bullet MH(a; 5; b) = \frac{270}{43} = \frac{3(a)(5)(b)}{(a)5 + (a)b + (b)5}$$

$$\rightarrow \frac{18}{43} = \frac{ab}{5a + 5b + ab}$$

$$\rightarrow 90(a+b) = 25ab$$

$$\rightarrow 18(a+b) = 5ab$$

$$\bullet MG(a; b) = 3a \rightarrow \sqrt{ab} = 3a$$

$$\rightarrow ab = 9a^2 \rightarrow b = 9a$$

Luego:

$$18(a+9a) = 5(a)(9a)$$

$$\rightarrow a = 4 \wedge b = 36$$

$$\therefore MA(a; b) = \frac{4+36}{2} = 20$$

Rpta.: C

Resolución 42: Se tiene:

$$\bullet \frac{\sum \text{Edades}}{30 \text{ personas}} = 28$$

$$\sum \frac{\text{Edades}}{30 \text{ personas}} = 840$$

- Se retiran "x" personas, cada una de 30 años.

Por dato:

$$\text{Edad Promedio} = 25$$

(de los que quedan)

$$\rightarrow \frac{840 - 30x}{30 - x} = 25$$

$$\rightarrow 840 - 30x = 750 - 25x$$

$$90 = 5x$$

$$\therefore x = 18$$

Rpta.: A

Resolución 43: Sean los números: a, b y c.

Del enunciado:

$$\bullet MA = 7 \rightarrow \frac{a + b + c}{3} = 7$$

$$\rightarrow a + b + c = 21$$

$$\bullet MG = b \rightarrow \sqrt[3]{abc} = b$$

$$\rightarrow abc = b^3 \rightarrow ac = b^2$$

$$\bullet MH = \frac{36}{7} \rightarrow \frac{3 \cdot \overbrace{a \cdot b \cdot c}^{b^2}}{ab + \underline{ac} + bc} = \frac{36}{7}$$

Luego:

$$\frac{3b^3}{ab + b^2 + bc} = \frac{36}{7} \rightarrow \frac{b^2}{a + b + c} = \frac{12}{7}$$

$$\rightarrow \frac{b^2}{21} = \frac{12}{7} \rightarrow b = 6 \rightarrow a + c = 15$$

$$\rightarrow a \cdot c = 36$$

Sólo:

$$a = 12 \wedge c = 3$$

$\therefore$ El menor número es: 3

Rpta.: A

Resolución 44: Cuando el automóvil recorre 600 km, cada una de sus llantas recorre 600 km, además utiliza las dos llantas de repuesto.

Es decir, la distancia total que el móvil recorre es para las seis llantas del auto y para que el desgaste sea el mismo, cada llanta deberá recorrer:

$$\therefore \frac{4(600)}{4+2} = 400\text{km}$$

Rpta.: E

Resolución 45: Del texto:

$$\bullet \quad \frac{MG}{MH} = \frac{7}{6} \rightarrow \begin{matrix} MG = 7k \\ MH = 6k \end{matrix}$$

Propiedad (para 2 números):

$$MA \times MH = MG^2$$

$$\rightarrow MA(6k) = (7k)^2 \rightarrow MA = \frac{49}{6}k$$

$$\therefore \frac{MH}{MA} = \frac{6k}{\frac{49}{6}k} = \frac{36}{49}$$

Rpta.: D

Resolución 46: Sean los números: a y b.

Además:

$$\bullet \quad \begin{matrix} a - b = 12 \\ MA + MG = 18 \end{matrix}$$

Propiedad:

$$(a - b)^2 = 4(MA + MG)(MA - MG)$$

$$12^2 = 4(18)(MA - MG)$$

$$MA - MG = 2$$

Sólo:

$$MA = 10 \wedge MG = 8$$

También:

$$MA \times MH = MG^2$$

$$\rightarrow (10)(MH) = 8^2$$

$$\therefore MH = 6,40$$

Rpta.: B

RAZONES Y PROPORCIONES - PROMEDIOS

Resolución 47: Sean los 100 números consecutivos:

$$a; a+1; a+2; a+3; \dots; a+99$$

└ Menor número.

Dato: $MA(100 \text{ números}) = 69,5$

Como los números están en progresión aritmética:

$$\rightarrow \frac{a + (a + 99)}{2} = 69,5$$

$$\rightarrow 2a + 99 = 139$$

$$\therefore a = 20$$

Rpta.: D**Resolución 48:** El automóvil en cada vuelta que da emplea velocidades de:

$$2 = 1 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$20 = 4 \times 5$$

$$\vdots$$

$$380 = 19 \times 20$$

Considerando la longitud de la pista circular: L

Hallando la velocidad promedio:

$$V_p = \frac{19L}{\frac{L}{1 \times 2} + \frac{L}{2 \times 3} + \frac{L}{3 \times 4} + \dots + \frac{L}{19 \times 20}}$$

$$V_p = \frac{19}{\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20}}$$

$$V_p = \frac{19}{1 - \frac{1}{20}} = \frac{19}{\frac{19}{20}}$$

$$\therefore V_p = 20 \text{ km/h}$$

Rpta.: C**Resolución 49:** Tenemos:

$$MH \left(\begin{matrix} \text{Edades 8} \\ \text{hermanos} \end{matrix} \right) = 30$$

Edad mínima de los hermanos: 28 años.

Sea "x" la máxima edad de uno de los hermanos, entonces, los 7 restantes de-

berán tener la edad mínima, luego:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{28} + \frac{1}{28} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{28} = 30$$

$$\rightarrow 8 = 30 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{28} \right) \rightarrow 4 = \frac{15}{x} + \frac{15}{4}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} = \frac{15}{x}$$

$$\therefore x = 60 \text{ años}$$

Rpta.: C

Resolución 50: Sean los números: a y b .

$$\begin{array}{l} \text{Por dato:} \quad MA = 26,5 \quad \rightarrow \quad MA + MG = 49 \\ \quad \quad \quad MG = 22,5 \quad \rightarrow \quad MA - MG = 4 \end{array}$$

$$\text{Sabemos:} \quad (a - b)^2 = 4(49)(4) \rightarrow a - b = 28 \quad \left| \begin{array}{l} + \\ - \end{array} \right.$$

$$\text{También:} \quad MA = 26,5 = \frac{a+b}{2} \rightarrow a + b = 53$$

$$\rightarrow 2a = 81$$

$$\therefore a = 40,5$$

Rpta.: C

Resolución 51: Tenemos:

$$MA(1; 2; 3; 4; \dots; n) = a$$

$$\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n} = a$$

$$\rightarrow \frac{n(n+1)}{2n} = a \rightarrow a = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{Luego:} \quad \frac{(a+1) + (a+2) + (a+3) + \dots + (a+n)}{n} = \frac{an + \frac{n(n+1)}{2}}{n}$$

$$\frac{(a+1) + (a+2) + (a+3) + \dots + (a+n)}{n} = \frac{2a + n + 1}{2}$$

$$\frac{(a+1) + (a+2) + (a+3) + \dots + (a+n)}{n} = \frac{2 \frac{(n+1)}{2} + (n+1)}{2}$$

$$\therefore MA(a+1; a+2; a+3; \dots; a+n) = n+1$$

Rpta.: A

Resolución 52: Tenemos: $MA_{\text{inicial}} = 22$

Hallando la variación de la media aritmética:

$$\Delta MA = \frac{20(-10) + 10(-7)}{30} = -9$$

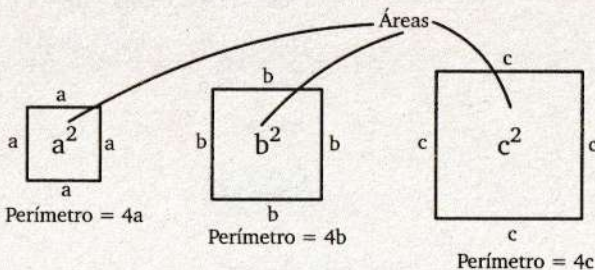
Hallando el nuevo promedio:

$$MA_{\text{Final}} = 22 + (-9)$$

$$\therefore MA_{\text{Final}} = 13$$

Rpta.: A

Resolución 53:



$$\bullet \frac{4a + 4b + 4c}{3} = 10 \rightarrow a + b + c = \frac{15}{2}$$

$$\bullet \sqrt[3]{(4a)(4b)(4c)} = 8 \rightarrow a \cdot b \cdot c = 8$$

$$\bullet \frac{3}{\frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} + \frac{1}{4c}} = 6 \rightarrow ab + ac + bc = 16$$

Piden

$$MA(\text{Áreas}) = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$$

Pero:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot 16$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{97}{4}$$

$$\therefore MA(\text{Áreas}) = \frac{\frac{97}{4}}{3} = \frac{97}{12}$$

Rpta.: D

Resolución 54: Del texto:

	Peso Promedio	Cantidad Estudiantes
Clase A	68,4	$m - 16$
Clase B	71,2	m
Ambas Clases	70	$2m - 16$

Aplicando el promedio aritmético ponderado:

$$70 = \frac{(68,4)(m - 16) + (71,2)(m)}{2m - 16}$$

$$140m - 1120 = 68,4m - 1094,4 + 71,2m$$

$$140m - 1120 = 139,6m - 1094,4$$

$$0,4m = 25,6$$

$$\therefore m = 64$$

Rpta.: E**Resolución 55:** Dada la sucesión:

$$9 ; 15 ; 21 ; 27 ; \dots ; a ; b ; c$$

$$\bullet \quad b - a = 6$$

$$\bullet \quad MA(a; b) = 144 \rightarrow a + b = 288$$

Sólo:

$$b = 147 \wedge a = 141$$

Luego, en la sucesión:

$$9 ; 15 ; 21 ; 27 ; \dots ; 141 ; 147 ; 153$$

Piden la MA de los términos de la progresión aritmética. Entonces:

$$MA = \frac{9 + 153}{2}$$

$$\therefore MA = 81$$

Rpta.: E

RAZONES Y PROPORCIONES - PROMEDIOS

- Resolución 56:** Del texto: $MA(\overline{ab}; \overline{ba}) = 66 \rightarrow \overline{ab} + \overline{ba} = 132$
 $\rightarrow (10a + b) + (10b + a) = 32$
 $\rightarrow 11(a + b) = 132 \rightarrow a + b = 12$
- Además: $a^2 + b^2 = 90$
- Sólo: $a = 9 \wedge b = 3$
- Piden: $MG(9; 3) = \sqrt{9 \times 3}$
 $\therefore MG(9; 3) = 3\sqrt{3}$

Rpta.: D

- Resolución 57:** Se tiene: $MA(A; B; C) = 21\frac{1}{3}$
 $\rightarrow \frac{A+B+C}{3} = \frac{64}{3} \rightarrow A+B+C = 64$
- Piden: $MA(A; B; 22; 24; C) = \frac{A+B+22+24+C}{5} = \frac{64+46}{5}$
 $\therefore MA(A; B; 22; 24; C) = \frac{110}{5} = 22$

Rpta.: D

- Resolución 58:** Dada la progresión geométrica:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & ; & 4 & ; & 8 & ; & 16 & ; & \dots & ; & 2^n \\ & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & & \\ & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & & & & \end{array}$$

Dato: $MG(n \text{ términos}) = 2048$

En una progresión geométrica, la MG, es la raíz cuadrada de términos equidistantes de los extremos. Luego:

$$\sqrt{(2)(2^n)} = 2048 = 2^{11}$$

Elevando al cuadrado:

$$2^{n+1} = 2^{22}$$

$$\therefore n = 21$$

Rpta.: C

Resolución 59: Sea el total de carros que produce la fábrica: $5m$

Cantidad de carros	Precio Unitario
m	4000
$4m$	8000

Hallando el promedio por carro:

$$\frac{m(4000) + 4m(8000)}{5m}$$

$$\therefore \text{Precio Promedio} = \frac{36000}{5} = 7200$$

Rpta.: D

Resolución 60: Sean los 35 números pares consecutivos:

$$\begin{array}{c} \text{par} \\ \underbrace{(a+2); (a+4); (a+6); \dots; (a+70)} \\ MA = 88 \end{array}$$

Como están en progresión aritmética:

$$\rightarrow \frac{(a+2) + (a+70)}{2} = 88 \rightarrow 2a + 72 = 176$$

$$\rightarrow a = 52$$

Sean los 35 números pares consecutivos siguientes:

$$(a+72); (a+74); (a+76); \dots; (a+140)$$

Piden el promedio aritmético:

$$MA = \frac{(a+72) + (a+140)}{2} = \frac{2a + 212}{2} = a + 106$$

$$\therefore MA = 52 + 106 = 158$$

Rpta.: B

Resolución 61: Razón geométrica: $\frac{a}{b}$ (Consideremos: $a < b$).

Por dato: $a \times b = 96$

Además: $\frac{a+4}{b-4} = \frac{b}{a}$

$$\rightarrow a^2 + 4a = b^2 - 4b \rightarrow b^2 - a^2 = 4a + 4b$$

$$\rightarrow (b+a)(b-a) = 4(b+a) \rightarrow b-a = 4$$

Sólo cumplen: $b = 12 \wedge a = 8$

$$\therefore a + b = 12 + 8 = 20$$

Rpta.: B

Resolución 62: Sea la serie de razones geométricas:

$$\frac{6}{A} = \frac{9}{B} = \frac{15}{C} = \frac{18}{D}$$

Luego: $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{D}{6} = K$

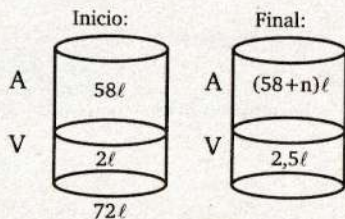
Por dato: $(2K)(3K)(5K)(6K) = 2880 \left(\frac{2K + 3K + 5K + 6K}{4} \right)$

$$\rightarrow 180K^4 = 720(16K) \rightarrow K^3 = 64 \rightarrow K = 4$$

$$\therefore MA(A; B; C; D) = \frac{16K}{4} = 4K = 4 \times 4 = 16$$

Rpta.: B

Resolución 63: Tenemos:



Dato: $\frac{\left(\begin{smallmatrix} \text{Volumen} \\ \text{Mezcla} \end{smallmatrix} \right)}{\left(\begin{smallmatrix} \text{Volumen} \\ \text{Vino} \end{smallmatrix} \right)} = \frac{1}{0,04}$

$$\rightarrow \frac{60,5 + n}{2,5} = 25$$

$$\rightarrow 60,5 + n = 62,5$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: C

Resolución 64:

Del texto:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Edad} \\ \text{Luis} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Edad} \\ \text{José} \end{array} \right) = 6 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Diferencia} \\ \text{Constante} \end{array}$$

Además:

		$\xrightarrow{\text{"2n"}} \quad \xrightarrow{\text{"n"}}$	
Luis	3(3)		4(6)
José	1(3)		3(6)
Diferencia de edades	2(3)		1(6)

Observe:

$$3n = 24 - 9 \rightarrow n = 5$$

Luego:

$$\text{Luis tiene: } 9 + 2 \times 5 = 19 \text{ años.}$$

$$\text{José tiene: } 3 + 2 \times 5 = 13 \text{ años.}$$

La edad de José al momento que le falten 2 años para duplicar su edad será:
24 años. Entonces Luis tendrá: $19 + 11 = 30$ años.

$$\therefore \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

Rpta.: D**Resolución 65:**

De la proporción:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = k \in \mathbb{Z} \rightarrow \begin{array}{l} A = a \cdot k \\ B = b \cdot k \end{array}$$

Reemplazando en:

$$A^2 + B^2 = 245$$

$$\rightarrow (ak)^2 + (bk)^2 = 245 \rightarrow k^2(a^2 + b^2) = 7^2 \times 5$$

Sólo cumplen:

$$k = 7 \wedge a^2 + b^2 = 5 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline a = 1 \\ \hline b = 2 \\ \hline \end{array} \vee \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \end{array}$$

También:

$$\underbrace{a^2 + b^2}_5 + B^2 = 201 \rightarrow B^2 = 196 \rightarrow B = 14$$

Luego:

$$\frac{A}{1} = \frac{14}{2} = 7 \rightarrow A = 7$$

$$\therefore \frac{A}{a} + B = \frac{7}{1} + 14 = 21$$

Rpta.: B

Resolución 66: Sea la serie continua de 4 razones con constante entera y último consecuente igual a 5.

$$\frac{5k^4}{5k^3} = \frac{5k^3}{5k^2} = \frac{5k^2}{5k} = \frac{5k}{5} = k$$

Por dato: $\frac{5k^4 + 5k}{5k} = \frac{28}{1} \rightarrow k^3 + 1 = 28$

$$\rightarrow k^3 = 27 \rightarrow k = 3$$

El segundo consecuente es:

$$\therefore 5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

Rpta.: D

Resolución 67: Sean los números: a y b.

Del texto: $MA + MG = 36 \rightarrow MA = \frac{37}{2} \rightarrow a + b = 37$
 $MA - MG = 1$

Propiedad: $(a - b)^2 = 4(MA + MG)(MA - MG)$

$$(a - b)^2 = 4 \times 36 \times 1 \rightarrow a - b = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 37 \\ a - b = 12 \end{array} \right\} 2a = 49$$

$$\therefore a = 24,5$$

Rpta.: C

Resolución 68: Sean los números: a, b y c.

Sabemos: $MA > MG > MH$

Luego: $\frac{MA + MG}{3} = \frac{MA - MG}{1} = \frac{MA \times MG}{12}$

Aplicando propiedades:

$$\blacktriangle \frac{(MA + MG) + (MA - MG)}{4} = \frac{MA \times MG}{12} = \frac{MA}{2}$$

$$\rightarrow MG = 6 = \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} \rightarrow a \cdot b \cdot c = 216$$

$$\blacktriangle \frac{(MA + MG) - (MA - MG)}{2} = \frac{MA \times MG}{12} = MG$$

$$\rightarrow MA = 12 = \frac{a + b + c}{3} \rightarrow a + b + c = 36$$

Sólo cumplen: $a = 27 \quad b = 8 \quad c = 1$

$$MA(27; 1) = \frac{27+1}{2}$$

$$\therefore MA(27; 1) = 14$$

Rpta.: C

Resolución 69:

Dada la serie:

$$\frac{a}{65} = \frac{10}{b} = \frac{6}{c} = \frac{d}{35} = k$$

Además:

$$a - b = c - d \rightarrow a + d = b + c$$

En la serie:

$$\frac{a+d}{100} = \frac{16}{b+c} = k \rightarrow \frac{(a+d)16}{100(b+c)} = k^2$$

$$\rightarrow k = \frac{2}{5}$$

Luego:

$$\frac{6}{c} = \frac{d}{35} = \frac{2}{5} \rightarrow \begin{matrix} c = 15 \\ d = 14 \end{matrix}$$

$$\therefore c + d = 15 + 14 = 29$$

Rpta.: B

Resolución 70:

Nº días transcurridos: $3k$

Nº días que faltan transcurrir: $5k$

$$\rightarrow 3k + 5k = 365 \rightarrow k = \frac{365}{8}$$

$$\text{Nº días transcurridos: } 3 \times \frac{365}{8} = \frac{1095}{8}$$

$$\text{Pero: } \frac{1095}{8} = 136 \frac{7}{8} = 136 \text{ días y } \frac{7}{8}(24) = 136 \text{ días y } 21 \text{ horas}$$

Veamos:

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
31 días	28 días	31 días	30 días	16 días y 21 horas
120 días				

$\therefore$ Será el 17 de mayo a las 9:00 p.m.

Rpta.: E

Resolución 71: Del texto:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(\text{N}^\circ \text{ varones})}{(\text{N}^\circ \text{ niños})} &= \frac{5(6)(7)}{3(6)(7)} \\ \frac{(\text{N}^\circ \text{ mujeres})}{(\text{N}^\circ \text{ niños})} &= \frac{7(5)(5)}{4(5)(5)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{(\text{N}^\circ \text{ varones})}{(\text{N}^\circ \text{ mujeres})} &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} (\text{N}^\circ \text{ varones}) &= 210k \\ (\text{N}^\circ \text{ mujeres}) &= 175k \end{aligned} \right\} (\text{N}^\circ \text{ Adultos}) = 385k$$

$$(\text{N}^\circ \text{ niños}) = 126k + 100k = 226k$$

Dato: $226k = 678 \rightarrow k = 3$

$\therefore \text{N}^\circ \text{ Adultos} = 385 \times 3 = 1155$

Rpta.: A

Resolución 72: Sean los números enteros: A y B ($A > B$)

Por dato:

$$\frac{A - B}{\frac{A}{B}} = \frac{16}{3}$$

Observación: A y B deben ser lo menor posible.

$$\rightarrow A - B = 16 \wedge \frac{A}{B} = 3 \rightarrow A = 3B$$

Reemplazando:

$$3B - B = 16 \rightarrow \begin{aligned} B &= 8 \\ A &= 24 \end{aligned}$$

$$\therefore A + B = 24 + 8 = 32$$

Rpta.: C

Resolución 73: Del texto:

- $a - b = 18; \{a; b\} \subset \mathbb{Z}^+$
- $\frac{MA(a; b)}{MG(a; b)} = \frac{5}{4} \rightarrow \begin{aligned} MA(a; b) &= 5k \\ MG(a; b) &= 4k \end{aligned}$

Propiedad:

$$(a - b)^2 = 4(MA + MG)(MA - MG)$$

$$18^2 = 4(9k)(k) \rightarrow k = 3$$

$$\rightarrow MA = 5 \times 3 = 15 \wedge MG = 4 \times 3 = 12$$

Propiedad:

$$MA \times MH = MG^2 \text{ (Para 2 números).}$$

$$15 \times MH = (12)^2 \rightarrow 15 \times MH = 144$$

$$\therefore MH(a; b) = 9,6$$

Rpta.: C

Resolución 74: Del enunciado:

- $\frac{a}{12} = \frac{12}{b} \rightarrow a \times b = 144$
- $a - b = b - 2 \rightarrow b = \frac{a+2}{2}$

Reemplazando: $a \times \left(\frac{a+2}{2} \right) = 144$

$$\rightarrow a \times (a+2) = 288 = 16 \times 18$$

$$\rightarrow a = 16 \wedge b = 9$$

Piden la media diferencial de a y $(b+1)$, luego:

$$a - x = x - (b+1) \rightarrow 16 - x = x - 10$$

$$\rightarrow x = 13$$

$$\therefore x = b + 4$$

Rpta.: D

Resolución 75: Sea la proporción continua:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k; \{a; b; c\} \subset \mathbb{N} \wedge k > 1$$

Además: $b = ck \wedge a = ck^2$

Por dato: $a + 2b + c = 81$

$$\rightarrow ck^2 + 2ck + c = 81$$

$$\rightarrow c(k+1)^2 = 81$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$1 \quad 8$$

$$4 \quad \frac{7}{2}$$

$$9 \quad 2$$

$$16 \quad \frac{5}{4}$$

$\therefore$ Existen 4 proporciones.

Rpta.: D

- Resolución 76:** Datos: $\bullet \text{ CD}_K = 3 \rightarrow K = (\text{Primo})^2$ ya que $\text{CD}_K = (2+1) = 3$
- $\bullet \text{ b; d y f son pares } \wedge b \neq d \neq f$
- Además: $d \cdot e + c = 40$
- De la serie: $d \cdot e = c \cdot f$
- $\rightarrow c \cdot f + c = 40 \rightarrow c(f+1) = 40$
- Sólo cumplen: $f = 4 \wedge c = 8$
- $\rightarrow d \cdot e = 8 \times 4 = 32$
- De la serie: $\frac{8}{d} = k = (\text{Primo})^2$
- $\rightarrow d = 2 \rightarrow e = 16 \rightarrow k = 4$
- $\bullet a + c + e < 70 \rightarrow (b + d + f)k < 70$
- $\rightarrow (b + 6)4 < 70 \rightarrow b < 11,5$
- Pero: b : máximo $\wedge b$: par
- $\rightarrow b = 10 \wedge a = 40$
- $\therefore a + c + e = 64$

Rpta.: D

- Resolución 77:** En la serie aplicamos propiedad:

$$\frac{b-c}{c-8} = k = \frac{8k}{c-8} \rightarrow c = 16$$

Entonces: $\frac{c}{8} = k \rightarrow \frac{16}{8} = k \rightarrow k = 2$

También: $b - 16 = 8 \times 2 \rightarrow b = 32$

En la serie: $\frac{a^2}{32} = 2 \rightarrow a = 8$

$$\therefore a + b + c = 8 + 32 + 16 = 56$$

Rpta.: A

- Resolución 78:** Sean los números enteros: a y b .

Por dato: $\frac{MA + MH}{17} = \frac{MA - MH}{8} = \frac{MA \times MH}{180}$

Propiedad: $\frac{(MA + MH) + (MA - MH)}{17 + 8} = \frac{(MA + MH) - (MA - MH)}{17 - 8}$

$$\rightarrow \frac{2 \cdot MA}{25} = \frac{2 \cdot MH}{9} \rightarrow \frac{MA}{MH} = \frac{25k}{9k}$$

Luego:
$$\frac{25k + 9k}{17} = \frac{(25k)(9k)}{180} \rightarrow k = \frac{8}{5}$$

$$\rightarrow MA = 25 \times \frac{8}{5} = 40 \wedge MH = 9 \times \frac{8}{5} = \frac{72}{5}$$

Propiedad: $MA \times MH = MG^2$

$$\rightarrow 40 \times \frac{72}{5} = MG^2 \rightarrow MG = 24$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 2 + 4 = 6$$

Rpta.: B

Resolución 79: Sean los números: a y b.

Tenemos:

$$\bullet \quad \overbrace{MA - MG} = 2$$

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = 2 \rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 4$$

$$\rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2$$

$$\bullet \quad MA(\sqrt{a}; \sqrt{b}) = 20 \rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = 40$$

Resolviendo:

$$\sqrt{a} = 21 \rightarrow a = 441$$

$$\sqrt{b} = 19 \rightarrow b = 361$$

$$\therefore a - b = 441 - 361 = 80$$

Rpta.: C

Resolución 80: De la serie:

$$\frac{a}{2} = \frac{c}{18} \rightarrow \begin{matrix} a = m \\ c = 9m \end{matrix}$$

También:

$$\frac{7}{b} = \frac{15}{d} \rightarrow \begin{matrix} b = 7n \\ d = 15n \end{matrix}$$

Dato:

$$a + 2b - 3c + 4d = 122$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$m \quad 14n \quad 27n \quad 60n$$

$$\rightarrow 74n - 26m = 122 \rightarrow 37n - 13m = 61$$

Sólo cumplen: $n = 2 \wedge m = 1$

$$\rightarrow a = 1 \quad b = 14 \quad c = 9 \quad d = 30$$

$$\therefore (\sqrt{ac} + \sqrt{d-b})^2 = (\sqrt{9} + \sqrt{16})^2 = 49$$

Rpta.: D

Resolución 81:

$$\left. \begin{array}{l} \text{N}^\circ \text{ patos: } a \\ \text{N}^\circ \text{ pavos: } b \end{array} \right\} N = a + b$$

Dato: $\frac{b}{N} = \frac{7}{20} \rightarrow \frac{b}{N} = \frac{7k}{20k} \rightarrow a = 13k$

Además: $a - b = 60 \rightarrow 13k - 7k = 60$

$$\rightarrow k = 10$$

$$a = 13 \times 10 = 130$$

$$\rightarrow$$

$$b = 7 \times 10 = 70$$

$$\therefore \frac{130 + 10}{70} = \frac{140}{70} = \frac{2}{1}$$

Rpta.: B

Resolución 82:

En la proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

Tenemos: $a + c = 56$

$$a + d = 48 \quad \frac{a + c}{56} + b + d = 98$$

$$b + c = 50$$

$$\rightarrow b + d = 42$$

$$\therefore k = \frac{a + c}{b + d} = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$

Rpta.: C

Resolución 85: Sean los números enteros: A y B.

Del texto: $MA(A; B) = \frac{5}{4} MG(A; B)$

$$\rightarrow \frac{MA(A; B)}{MG(A; B)} = \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow MA(A; B) = 5k \rightarrow A + B = 10k$$

$$\rightarrow MG(A; B) = 4k \rightarrow A \times B = 16k^2$$

Sólo cumplen: $A = 8k \wedge B = 2k$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{8k}{2k} = 4$$

Rpta.: C

Resolución 86: Sea: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

Donde: $a + b = 60$

$$c + d = 90$$

$$e + f = 180$$

$$a^2 + c^2 + e^2 = 3136$$

En la serie de razones:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{e}{e+f}$$

$$\rightarrow \frac{a}{60} = \frac{c}{90} = \frac{e}{180} \rightarrow \frac{a}{2} = \frac{c}{3} = \frac{e}{6} = k$$

Luego: $(2k)^2 + (3k)^2 + (6k)^2 = 3136$

$$49k^2 = 3136$$

$$k^2 = 64 \rightarrow k = 8$$

$$a = 2 \times 8 = 16 \rightarrow b = 44$$

$$c = 3 \times 8 = 24 \rightarrow d = 66$$

$$e = 6 \times 8 = 48 \rightarrow f = 132 \text{ (mayor).}$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 1 + 3 + 2 = 6$$

Rpta.: A

Resolución 87: Del enunciado:

- $ab + bc + ac = 31$
- $MG(a, b, c) = \sqrt[3]{30} \rightarrow a \cdot b \cdot c = 30$

Hallando la MH: $MH(a, b, c) = \frac{3 \times a \times b \times c}{ab + ac + bc} = \frac{3 \times 30}{31} = 2,90\dots$

Luego: $\overline{a5} > 10 \times \llbracket 2,90\dots \rrbracket$

$$\overline{a5} > 10 \times 2 \rightarrow \overline{a5} > 20$$

$$\overline{a5}: 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95$$

$\therefore$ Existen 8 números.

Rpta.: E

Resolución 88: Sea la proporción aritmética:

$$a - b = c - d \rightarrow a + d = b + c$$

Datos:

- $d - a = 3$
- $a + b + c + d = 30 \rightarrow a + d = b + c = 15$

$$\left. \begin{array}{l} d + a = 15 \\ d - a = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} d = 9 \\ a = 6 \end{array}$$

También:

$$b + c = 15$$

Por dato:

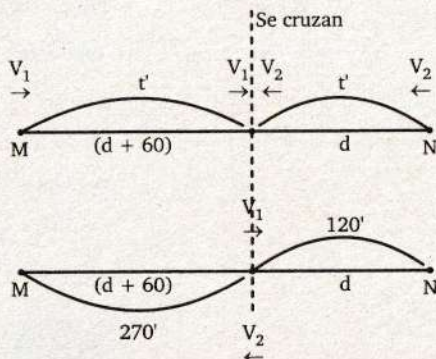
$$30 < b \times c < 40$$

Sólo cumplen:

$$b = 3 \wedge c = 12$$

$\therefore$ Uno de los términos medios es: 3

Rpta.: D

Resolución 89: Graficando:

Del primer gráfico tenemos:

$$\begin{aligned}(d + 60) &= V_1 \times t \\ d &= V_2 \times t\end{aligned} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{d + 60}{d}$$

Del segundo gráfico tenemos:

$$\begin{aligned}d &= V_1 \times 120 \\ d + 60 &= V_2 \times 270\end{aligned} \quad \frac{d}{(d + 60)} = \frac{120V_1}{270V_2}$$

$$\rightarrow \frac{d}{(d + 60)} = \frac{(d + 60)}{d} \times \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow \frac{d^2}{(d + 60)^2} = \frac{4}{9} \rightarrow \frac{d}{d + 60} = \frac{2}{3} \rightarrow d = 120$$

$$\rightarrow d_{MN} = 120 + 60 + 120 = 300 \text{ km}$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 3 + 0 + 0 = 3$$

Rpta.: A

Resolución 90: Dada la serie:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} = \dots = \frac{b_n}{a_n} = 2$$

Reemplazamos en el dato:

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2046$$

$$2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}) = 2046$$

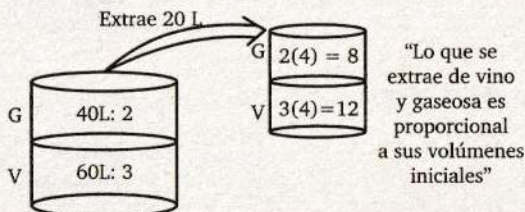
$$\frac{2^n - 1}{2 - 1} = 1023$$

$$\rightarrow 2^n = 1024 = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10$$

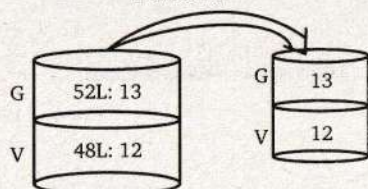
Rpta.: B

Resolución 91:



Los 20 L extraídos se reemplazan por gaseosa, luego:

Extrae 25L



“Lo que se extrae de vino y gaseosa es proporcional a sus volúmenes iniciales”

Luego de la extracción queda:

$$\left. \begin{array}{l} G: 39L \\ V: 36L \end{array} \right\} \text{Agregamos "x" L de gaseosa y por dato:}$$

$$\frac{36}{39+x} = \frac{3}{5} \quad (12)$$

$$\rightarrow 39+x=60$$

$$\therefore x=21$$

Rpta.: E

Resolución 92: Sean los números: A y B

Datos:

$$\bullet \quad MG(A; B) = 8\sqrt{15}$$

$$\rightarrow \sqrt{A \times B} = 8\sqrt{15} \rightarrow A \times B = 960$$

$$\bullet \quad MA - MH = 2$$

Propiedad:

$$MA \times MH = MG^2$$

$$\rightarrow MA \times MH = 960 = 32 \times 30$$

$$\rightarrow MA(A; B) = 32 \rightarrow A + B = 64$$

Sólo cumplen:

$$A = 40 \wedge B = 24$$

$$\therefore A - B = 16$$

Rpta.: B

Resolución 93: Sea:

$$\text{Edad Promedio} = P = \frac{\sum \text{Edades}}{134} = \frac{\sum \text{Edades} - 9 \times 17 - 5 \times 31}{134 - 9 - 5}$$

$$\rightarrow P = \frac{208}{120} = \frac{77}{30}$$

Hallando la variación del promedio aritmético para los que quedan:

$$\Delta MA = 2 = \frac{5M - 3V}{V + M}$$

$$\rightarrow 2V + 2M = 5M - 3V \rightarrow 5V = 3M$$

$$\rightarrow \frac{V}{M} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{V}{M} = \frac{3(15)}{5(15)} \quad \text{Quedan: 120}$$

Consideremos que llegan "n" parejas. Luego:

$$\frac{45 + x}{75 + x} = \frac{2}{3} \rightarrow 135 + 3x = 150 + 2x$$

$$\therefore x = 15$$

Rpta.: C

Resolución 94: De la serie:

$$\frac{a}{(n-2)!} = \frac{b}{(n-1)(n-2)!} = \frac{c}{n(n-1)(n-2)!}$$

$$\rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{(n-1)} = \frac{c}{n(n-1)}$$

Donde:

$$\frac{a+b}{1+(n-1)} = \frac{c}{n(n-1)}$$

Luego:

$$\frac{2^{n-2}}{n} = \frac{7 \times 2^{n-2}}{n(n-1)}$$

$$\rightarrow (n-1) \times 2^{n-2} = 7 \times 2^{n-2} \rightarrow n-1 = 7$$

$$\therefore n = 8$$

Rpta.: D

Resolución 95: Del texto:

$$\frac{(\text{N}^\circ \text{ Extranjeros})}{(\text{N}^\circ \text{ Peruanos})} = \frac{2}{7}$$

Respecto a los peruanos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{N}^\circ \text{ Hombres: } 8 \\ \text{N}^\circ \text{ Mujeres: } 4 \\ \text{N}^\circ \text{ Niños: } 3 \end{array} \right\} \text{Total: } 15$$

Homogenizando: N° extranjeros: 2(15): 30

N° peruanos: 7(15): 105

N° Hombres: 8(7): 56

N° Mujeres: 4(7): 28

N° Niños: 3(7): 21

$$\therefore \frac{30}{28-21} = \frac{30}{7}$$

Rpta.: E**Resolución 96:**

Sea la proporción aritmética continua:

$$a - b = b - c = r$$

Dato: $a - c = 160$

De la proporción aritmética:

$$a + c = 2b$$

Luego: $(a - c) + (a + c) = 160 + 2b$

$$\rightarrow 2a = 160 + 2b$$

$$\rightarrow a - b = 80 \rightarrow r = 80$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras: } 8 + 0 = 8$$

Rpta.: A**Resolución 97:**

Del texto:

	Edad Promedio	Cantidad Personas
Bailan	q	x
No bailan	r	p - x

Dato: $\text{Edad Promedio} = E = \frac{(\Sigma \text{ edades})}{(\text{Total Personas})}$

$$E = \frac{qx + r(p-x)}{p}$$

$$Ep = qx + rp - rx \rightarrow Ep - rp = qx - rx$$

$$\rightarrow p(E - r) = x(q - r)$$

$$\therefore x = \frac{p(E - r)}{(q - r)} = \frac{p(r - E)}{(r - q)}$$

Rpta.: E

Resolución 98: De la serie:

$$\frac{a^2}{\sqrt{x} \times 4} = \frac{b^2}{\sqrt{x} \times 9} = \frac{c^2}{\sqrt{x} \times 16} = \frac{d^2}{\sqrt{x} \times 25}$$

Luego:

$$\frac{a^2}{2^2} = \frac{b^2}{3^2} = \frac{c^2}{4^2} = \frac{d^2}{5^2}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5} = k$$

Entonces:

$$\frac{a+b+c}{2+3+4} = k = \frac{45}{9} \rightarrow k = 5$$

$$\rightarrow a = 10 \quad b = 15 \quad c = 20 \quad d = 25$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d = 10 \times 15 \times 20 \times 25$$

$$\therefore a \cdot b \cdot c \cdot d = 75000$$

Rpta.: D

Resolución 99: Por dato:

Impares consecutivos.

$$\overbrace{MA(a; b)} - \overbrace{MG(a; b)} = 2$$

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = 2 \rightarrow \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = 2$$

$$\rightarrow a+b-2\sqrt{ab} = 4 \rightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = 4$$

$$\therefore \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2$$

Rpta.: D

Resolución 100: Como el prototipo de auto es probado en $2P$ tramos de igual longitud y la velocidad es constante en cada tramo, entonces, la velocidad promedio será:

$$V_p = \frac{2P(\overbrace{L}^{\text{Longitud de cada tramo}})}{\frac{L}{8} + \frac{L}{15} + \frac{L}{24} + \frac{L}{35} + \frac{L}{48} + \frac{L}{63} + \dots}$$

Observación: $V_p = MH(\text{Velocidades})$

Respecto a las velocidades:

$$\begin{array}{l|l} 8 = 2 \times 4 = V_1 & 15 = 3 \times 5 = V_1 \\ 24 = 4 \times 6 = V_2 & 35 = 5 \times 7 = V_2 \\ 48 = 6 \times 8 = V_3 & 63 = 7 \times 9 = V_3 \\ \vdots & \vdots \\ \bigcirc = 2P(2P+2) = V_p & \bigcirc = (2P+1)(2P+3) = V_p \end{array}$$

$$\text{Luego: } V_p = \frac{2P}{\underbrace{\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{2P(2P+2)}}_{S_1} + \underbrace{\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2P+1)(2P+3)}}_{S_2}}$$

$$S_1 = \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{2P(2P+2)}$$

$$2S_1 = \frac{4-2}{2 \times 4} + \frac{6-4}{4 \times 6} + \dots + \frac{(2P+2)-2P}{2P(2P+2)}$$

$$2S_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2P+2} = \frac{2P}{2(2P+2)} \rightarrow S_1 = \frac{P}{2(2P+2)}$$

$$S_2 = \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2P+1)(2P+3)}$$

$$2S_2 = \frac{5-3}{3 \times 5} + \frac{7-5}{5 \times 7} + \dots + \frac{(2P+3)-(2P+1)}{(2P+1)(2P+3)}$$

$$2S_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2P+3} = \frac{2P}{3(2P+3)} \rightarrow S_2 = \frac{P}{3(2P+3)}$$

Reemplazando:

$$V_p = \frac{2P}{\frac{P}{2(2P+2)} + \frac{P}{3(2P+3)}}$$

$$\therefore V_p = \frac{24(2P+3)(P+1)}{13+10P}$$

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

- El valor de la razón aritmética de dos números es 20 y el valor de su razón geométrica es $\frac{7}{3}$. Calcule la suma de dichos números.
A) 40 B) 50 C) 60
D) 70 E) 80
- En una fiesta el número de hombres es al de mujeres como 5 es a 8. A las 2 de la mañana se retira un cuarto de las mujeres y un quinto de los hombres. ¿Cuál es la nueva relación del número de hombres y mujeres?
A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{11}{13}$ E) $\frac{9}{10}$
- En una caja se tienen lapiceros azules, rojos y negros. Se observa que por cada 4 azules hay 3 rojos y por cada 5 rojos hay 6 negros. Si la cantidad de lapiceros azules excede a los rojos en 20, ¿en cuánto excede los lapiceros negros a los rojos?
A) 11 B) 12 C) 14
D) 15 E) 16
- Si: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{11}{3}$ y $\frac{b+c}{b-c} = \frac{5}{1}$
calcule el valor de "b", si: $a + c = 145$.
A) 50 B) 60 C) 70
D) 80 E) 90
- Se sabe que:
M es la tercera proporcional de 81 y 9
A es la media proporcional de 512 y 2.
R es la cuarta proporcional de 56; 7 y 64
Halle la cuarta proporcional de R, A, M
A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 9
- En una proporción geométrica continua cuyo producto de sus 4 términos es 1296 y que el primer antecedente es menor que el consecuente en 2 unidades. Calcule el cuarto término.
A) 4 B) 5 C) 6
D) 9 E) 8
- Sabiendo que:
T es la tercera proporcional de 36 y 6.
C es la cuarta proporcional de 56; 7 y 64
M es la media proporcional de 256 y 4.
Determine la cuarta diferencial de C^2 ; M y $(T + 35)$.
A) 2 B) 8 C) 16
D) 32 E) 4
- El producto de los cuatro términos de una proporción geométrica es 8100, la diferencia de los antecedentes es 3 y la de los consecuentes es 5. Calcule la suma de dichos cuatro términos.
A) 20 B) 25 C) 15
D) 30 E) 40

9. Si: $\frac{a}{2} = \frac{30}{b} = \frac{c}{8}$; además:

$a + b + c = 65$, calcule: $a - b$.

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

10. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c+11}{a+1} = \frac{b}{c}$; además:

$a + b + c = 19$, calcule: $a \times b \times c$

- A) 216 B) 302 C) 54
D) 105 E) 192

11. El promedio de 5 números es 105; se considera un sexto número y el promedio aumenta en 25. El sexto número es:

- A) 525 B) 225 C) 255
D) 252 E) 315

12. Calcule "x" si el promedio geométrico de los números 2^x ; 4^x y 8^x es 64.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

13. La media armónica de $5k$ y $9k$ es 180. Calcule el valor de k .

- A) 21 B) 24 C) 28
D) 30 E) 35

14. Un automovilista recorre un cierto espacio durante 6 horas. Si las primeras 3 horas va a 40 km/h y luego a 60 km/h, ¿Cuál es la velocidad promedio del recorrido?

- A) 45 km/h B) 50 km/h C) 55 km/h
D) 60 km/h E) 65 km/h

15. El promedio de notas de un examen rendido por 60 alumnos fue 104. Los primeros 12 obtuvieron un promedio de 160 y los 20 últimos un promedio de 62. Calcule el promedio de los restantes alumnos.

- A) 105 B) 110 C) 115
D) 120 E) 125

16. El promedio geométrico de dos números es 12 y su promedio armónico es 4. Calcule su promedio aritmético.

- A) 18 B) 20 C) 36
D) 32 E) 24

17. El promedio aritmético de dos números es 22,5 y su promedio geométrico es 18. La diferencia entre los números es:

- A) 7 B) 17 C) 27
D) 20 E) 9

18. Tres números enteros a ; b y c tiene como media aritmética a 5 y como media geométrica a $\sqrt[3]{120}$. La media armónica de estos números es:

- A) $\frac{75}{350}$ B) $\frac{73}{360}$ C) $\frac{350}{75}$
D) $\frac{180}{37}$ E) $\frac{320}{73}$

19. Un camión emplea sus 10 llantas y las 6 de repuesto para hacer una distancia de 200 km. El promedio recorrido por cada llanta es:

A) 125 km B) 2250 km C) 200 km
D) 1250 km E) 2000 km

20. Si: $MH(a; b) = \frac{24}{5}$; $MH(a; c) = \frac{8}{3}$ y

$MH(b; c) = 3$; calcule $MH(a; 2b; 3c)$

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14

21. En una proporción geométrica continua la suma de sus términos es 700 y la diferencia de sus extremos es 280. Halle la suma de sus extremos.

A) 194 B) 206 C) 406
D) 309 E) 409

22. En una proporción geométrica la suma de los extremos es 16 y la suma de los medios es 14. Halle el mayor de los términos.

A) 20 B) 27 C) 12
D) 28 E) 21

23. Si se tiene que:

$$\frac{a^3 + b^3}{182} = \frac{a^2 + b^2}{25} = \frac{a^2 - b^2}{7} = \frac{ab}{12} = k$$

¿Cuál será el valor de a ?

A) 12 B) 9 C) 8
D) 14 E) 16

24. En una serie de 3 razones geométricas equivalentes de antecedentes p ; q y r y de consecuentes a ; b y c respectivamente, se cumple que: $a + b + c = 104$, $p + q + r = 26$, halle el valor de:

$$\sqrt{pa} + \sqrt{qb} + \sqrt{rc}$$

A) 30 B) 24 C) 52
D) 40 E) 36

25. En una fiesta, los hombres y mujeres asistentes están en la relación de 3 a 1. Después de transcurridas 6 horas se retiran 20 parejas y ocurre que la nueva relación de hombres a mujeres es de 5 a 1. Entonces, el número original de los asistentes a la fiesta fue de:

A) 160 B) 180 C) 200
D) 220 E) 240

26. En un corral el número de patos excede al número de gallinas en 75; además se observa que por cada 8 patos hay 5 gallinas. ¿Cuál es el número total entre patos y gallinas, que hay en el corral?

A) 325 B) 350 C) 315
D) 275 E) 295

27. A le da a B una ventaja de 20 m en una carrera de 200 m; B le da una ventaja de 40 m a C en una carrera de 360 m. ¿Cuántos metros de ventaja debe dar A a C en una carrera de 400 m?

A) 60 m B) 70 m C) 80 m
D) 90 m E) 100 m

28. En una reunión el número de hombres y el de mujeres están en relación de 3 es a 2, pero cuando llega una cantidad de parejas la relación se convierte en $\frac{15}{11}$.

¿Cuántos hombres habían inicialmente; si el número de mujeres inicialmente presentes excede en 25 al número de hombres que llegaron?

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

29. Si: $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$ y $A^2 + B^2 + C^2 = 196$

Halle: $\frac{9(Am + Bn + Cp)}{7\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$

- A) 36 B) 75 C) 45
D) 60 E) 18

30. Cuatro números enteros; a, b, c y d son enteros entre sí como 6, 15, 18 y 24 respectivamente. Determine la diferencia entre el mayor y el menor, si se sabe que: $a \times c + b \times d = 2548$

- A) 21 B) 18 C) 42
D) 36 E) 34

31. Los antecedentes de una serie de razones iguales son: 2, 3, 4 y 5. El producto del primer antecedente y los 3 últimos consecuentes es 41160. La suma de los consecuentes es:

- A) 72 B) 84 C) 98
D) 65 E) 96

32. En una proporción continua se sabe que el primer antecedente es $\frac{9}{16}$ del último consecuente. Además, la media proporcional y la diferencia entre el mayor y menor de los términos extremos de esta proporción forman una proporción aritmética continua, cuya tercera diferencial es 54. Calcule la suma de los términos diferentes de la proporción inicial.

- A) 2000 B) 198 C) 356
D) 999 E) 2020

33. Uno de los términos medios de una proporción continua es media proporcional de 3 y 5 y uno de los extremos es la media aritmética de esos mismos números. Calcule el valor del otro extremo de la proporción.

- A) 1,50 B) 2,75 C) 3,75
D) 3,50 E) 2,80

34. Las edades de Andrés y Benito están en la relación de 2 a 5, y dentro de "a" años estarán en la relación de 7 a 10. Si dentro de "2a" años sus edades sumarán 108 ¿Cuál es la edad de Andrés?

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

35. La suma de los cuatro términos de una proporción geométrica continua es 50. Halle la razón aritmética de los extremos, sabiendo que la constante es entera.

- A) 10 B) 18 C) 20
D) 24 E) 30

36. Considerando: $\frac{w}{13} = \frac{21}{x} = \frac{100}{y} = \frac{m}{36}$

Además: m; y; z; w forman una proporción aritmética. Halle: $y + z + w + m$.

- A) 128 B) 132 C) 154
D) 115 E) 120

37. Si se cumple:

$$\frac{d}{d+a} = \frac{b-d}{d} = \frac{9d}{c+d} = \frac{1}{3};$$

Calcule: $E = \frac{a+3b+c}{c+d}$

- A) $\frac{71}{8}$ B) $\frac{32}{27}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{13}{8}$ E) $\frac{17}{18}$

38. La MH de 15 números es 16 y la MH de otros 35 números es 48. Halle la MH de los 50 números.

- A) 20 B) 30 C) 40
D) 15 E) 25

39. El promedio aritmético de 100 números es 26. Si a los primeros 80 números se les agrega 3 unidades a cada uno y a los 20 números restantes se les disminuye 2 unidades a cada uno. ¿En cuánto varía el promedio original?

- A) Aumenta 1 B) Aumenta 3
C) Aumenta 28
D) Aumenta 2 E) Disminuye 2

40. Un automóvil utiliza 4 llantas en su desplazamiento. Si el conductor quiere que tanto sus 4 llantas como sus 2 llantas de repuesto se desgasten igualmente en un recorrido de 120 km. ¿Cuál es la distancia recorrida por cada llanta?

- A) 120 km B) 80 km C) 100 km
D) 60 km E) 90 km

41. En qué relación están la MA y la MH de dos números sabiendo que la MA es a la MG como 5 es a 3.

- A) $\frac{16}{9}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{25}{9}$ E) $\frac{25}{16}$

42. El promedio aritmético de un conjunto de números consecutivos es 379. ¿Cuánto será el promedio aritmético de los consecutivos a cada uno de los números del primer conjunto?

- A) 380 B) 379,5 C) 360
D) 381 E) 360,5

43. De un grupo de 31 chicas, ninguna de ellas es menor de 10 años. ¿Cuál será la máxima edad que una de ellas pueda tener, para que el promedio sea 11 años?

- A) 39 B) 40 C) 41
D) 42 E) 43

44. Un bote desarrolla una velocidad de 15 km/h en aguas tranquilas. En un río, cuyas aguas discurren a 5 km/h, dicho bote hizo un cierto recorrido y volvió a su punto de partida. La relación entre la velocidad promedio en el viaje de ida y vuelta y la velocidad en aguas tranquilas es:

A) 5 a 4 B) 3 a 2 C) 7 a 8
D) 8 a 10 E) 8 a 9

45. En un salón de clase de la UNALM se observa que la edad promedio de los estudiantes es 18 años. Si la edad promedio de los varones es de 20 años y de las mujeres es de 16 años, determine que parte de los estudiantes del aula son mujeres.

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

46. Después que han sido tomados los exámenes parciales de seis cursos; un alumno tiene 16 como media aritmética de sus notas parciales, $6\sqrt[3]{20}$ como media geométrica en tres cursos (Álgebra, Trigonometría y Física) y 16 como media aritmética de dos cursos (Química y Geometría), si se sabe que no ha tenido menos de 15 ni más de 18 en sus notas. Determine cual fue la nota parcial en el curso de Aritmética, si todas las notas son números enteros.

A) 15 B) 17 C) 19
D) 12 E) 16

47. En una competencia de carreras de 400 metros, P le gana a Q por 40 metros y Q le ganó a R por 20 metros. ¿Por cuántos metros le ganó P a R?

A) 60 B) 70 C) 98
D) 58 E) 45

48. En un teatro hay 84 personas, por cada 4 varones se observan 3 mujeres, además por cada 8 personas que les gusta cantar, 5 son mujeres, si hay 28 personas a las que no les gusta el canto, entonces, el número de mujeres a las que no les gusta cantar es:

A) 1 B) 7 C) 2
D) 10 E) 6

49. En una reunión se observa que en un preciso instante la cantidad de hombres, es a la de mujeres como 4 es a 5, siendo la relación de hombres que bailan con las mujeres que no bailan como 3 a 2; la razón de las mujeres que bailan con los varones que no bailan como 6 es a 2. Si los que bailan son $a\overline{b}$ y el total de personas es un múltiplo de 8 menor que 100. Calcule: $a + b$.

A) 5 B) 6 C) 9
D) 8 E) 12

50. Si: $\frac{1}{m} = \frac{2}{n} = \frac{3}{p} = \frac{4}{q}$, $nq = 32$ y

$\{m, n, p, q\} \subset \mathbb{Z}^+$, halle la cuarta diferencial de m, n y p .

A) 8 B) 28 C) 24
D) 22 E) 36

51. La suma de los cuatro términos de una proporción aritmética continua es 100. El producto de los cuatro términos es 375000. Determine la diferencia de los extremos de la proporción.

A) 11 B) 10 C) 8
D) 18 E) 7

52. La media armónica de tres números es $\frac{180}{37}$. Si uno de los números es 5 y la media geométrica de los otros dos es 6, halle el menor de dichos números.

A) 4 B) 6 C) 5
D) 2 E) 3

53. Para dos números naturales, se cumple que: $\frac{MA}{MH} = \frac{16}{15}$, si la diferencia de sus cuadrados es 16, entonces, la media geométrica de los números es:

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{12}$ C) $\sqrt{15}$
D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{5}$

54. Sea: $\frac{mx + ny + pz}{m + n + p} = \frac{my + nx}{m - n} = \frac{nz + px}{n - p} = \frac{py + mz}{p - m} = k^3$

donde $x + y + z = 2197$, halle la suma de cifras de k .

A) 13 B) 4 C) 6
D) 5 E) 11

55. Sea P la cuarta diferencial de 45, 20 y 60; Q es la cuarta proporcional de 1, 4 y 8. Determine la razón aritmética de P y Q.

A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 10

56. Si en la proporción geométrica:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$, se cumple que: $a - c = 3$ y $b - d = 5$, entonces el valor de k es:

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

57. Tres números proporcionales a los números 25, 18 y 11 forman una proporción aritmética continua. Si la media diferencial es el menor número de 3 cifras que es cuadrado perfecto, halle la diferencia de los extremos.

A) 112 B) 116 C) 120
D) 108 E) 102

58. El promedio de edad de 15 alumnos varones de un salón es 16 años y el promedio de edad de 13 mujeres es 14 años. ¿Cuál es el promedio de todos los alumnos?

A) 15,01 B) 15,02 C) 14,80
D) 15,07 E) 14,60

59. El producto de 2 números por su MA, por su MG y por su MH, da como resultado 1024. Calcule su MG.

A) 4 B) 5 C) $6\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{3}$ E) 8

60. Calcule la media armónica de los 25 primeros números de la siguiente serie:

2; 6; 12; 20;

A) 31 B) 30 C) 29
D) 28 E) 26

61. Sean a y b dos números enteros positivos pares, tales que el producto de la MA por la MG es igual a 216 veces la inversa de la MH. Determine la suma de las cifras del mayor de dichos números.

A) 8 B) 9 C) 12
D) 15 E) 16

62. Dados tres números a , b y c , al tomarlos de dos en dos sus promedios geométricos son: 6 ; $6\sqrt{2}$ y $4\sqrt{2}$, mientras que sus promedios aritméticos, son x ; y ; z . Calcule el resultado de $(x + y + z)$.

A) 19 B) 21 C) 23
D) 25 E) 27

63. Si a y b son dos números enteros positivos; cuya razón geométrica es $\left(\frac{a+c}{b+c}\right)^2$ entonces c es:

A) Media aritmética entre a y b
B) Media geométrica entre a y b
C) Media armónica entre a y b .
D) Razón aritmética de a y b .
E) Razón geométrica de a y b .

64. La media geométrica de 2 números enteros a y b es $\sqrt{960}$, la media aritmética y la media armónica de a y b son números enteros pares consecutivos. La diferencia de a y b es:

A) 12 B) 16 C) 18
D) 20 E) 24

65. La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 4, 2 y 15. Determine la media aritmética de dichos números.

A) 12 B) 16 C) 18
D) 20 E) 24

66. Sabiendo que: $a \cdot b\sqrt{7}$ es la media geométrica de $\overline{ab}$ y $\overline{ba}$, donde $(a > b)$. Si la suma, la diferencia y el producto de dos números son proporcionales a $(a \cdot b)$, $\left(\frac{a}{b}\right)^y (a^2 - b^2)$, halle el menor de dichos números.

A) 1,2 B) 2,7 C) 3,6
D) 4,8 E) 5,6

67. Si $(a^2 + b^2)$ es a $(a^2 - b^2)$ como 3 a 1 entonces la razón $\frac{a}{b}$ es aproximadamente:

A) 1,21 B) 1,41 C) 1,73
D) 2,10 E) 2,31

68. La razón de dos números es: $\frac{7}{3}$. ¿Cuál

será la razón de la suma de los cuadrados a su diferencia de cuadrados?

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{49}{5}$ C) $\frac{58}{13}$

D) $\frac{29}{20}$ E) $\frac{29}{5}$

69. Hace 26 años la relación entre las edades de Luis y Pedro era como 3 es a 10 y dentro de 12 años la relación de sus edades será como 4 es a 7. ¿Cuál es la edad actual de Luis?

A) 28 B) 36 C) 44

D) 52 E) 60

70. Cuando Luis nació su hermano Pepe tenía 12 años, dentro de 5 años dichas edades serán entre sí como 4 es a 7. ¿Cuál es la edad actual de Pepe?

A) 19 B) 20 C) 21

D) 22 E) 23

71. La cantidad de dinero de Ana es a la de Beatriz como 7 es a 3. Ana le da a Beatriz la quinta parte de su dinero, luego Beatriz le da a Ana la cuarta parte de lo que tiene ahora, al final Ana tiene S/. 3350. ¿Cuánto (en S/.) tenía Ana al principio?

A) 2800 B) 3000 C) 3200

D) 3500 E) 4000

72. En un teatro, de cada 5 varones, 3 entran con un niño y de cada 7 mujeres, 4 entran con un niño. Además, por cada 6 varones entran 5 mujeres. Si entraron 678 niños en total, ¿cuántos adultos entraron al teatro?

A) 1050 B) 1053 C) 1073

D) 1155 E) 2075

73. En una universidad, el número de los postulantes es al de ingresantes como 19 a 3. Se amplían las inscripciones y se inscriben 400 postulantes, se aumenta el número de vacantes de tal manera que el número de postulantes es al de ingresantes como 17 es a 4. El número de vacantes ampliadas como mínimo es:

A) 102 B) 104 C) 106

D) 108 E) 100

74. Las edades de tres personas A, B y C están en relación de 9, 8 y 6 respectivamente. Hace $2n$ años la edad de C era media vez menos que la edad actual de B y dentro de $3m$ años cuando la edad de A será media vez más que la edad actual de B, la suma de sus edades será 64. Calcule la relación de las edades de B y C dentro de $(4m + 5n + 2)$ años.

A) 9 a 8 B) 7 a 4 C) 13 a 11

D) 12 a 7 E) 12 a 9

75. En el clásico U – Alianza los hinchas están en la relación de 8 a 5, en el Estadio Nacional caben 45500 espectadores. La U tiene el doble de hinchas menores de 27 años que Alianza; los hinchas mayores de 27 años son como 16 a 15 respectivamente. Las barras del Norte y Sur, conformadas por menores de 27 años, son como 3 es a 2 y representan el $16\frac{2}{3}\%$, del total respectivo en edad. Determine la razón geométrica de los hinchas mayores de 27 años de la U respecto a los hinchas menores de 27 años de Alianza.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

76. Walter parte a caballo desde A hacia B, al mismo tiempo que Edward y Lucho parten a pie desde B con dirección hacia A. Walter se encuentra primero con Lucho y 16 km más adelante con Edward, esto debido a que el caballo se desplaza con una rapidez que es cuatro y cinco veces la de cada peatón, ¿cuánto mide la distancia AB?

A) 200 km B) 320 km C) 360 km
D) 400 km E) 480 km

77. Un vuelo de una compañía parte de París a Londres, haciendo escala en Berlín. Se observó que al inicio la cantidad de hombres, mujeres y niños están en la relación de 5, 7 y 4. Si en Berlín se quedaron la tercera parte de los pasajeros en los cuales sólo habían familias, donde cada pareja tenía dos hijos. ¿Cuántos niños se embarcaron en París, si a Londres llegaron 24 mujeres más que hombres?

A) 23 B) 32 C) 44
D) 48 E) 82

78. En una proporción geométrica continua, el producto de antecedentes es 400 y el producto de consecuentes es 6400. La suma de los cuatro términos es:

A) 240 B) 250 C) 260
D) 270 E) 280

79. En una carrera alrededor de una pista circular participan A, B y C. A ganó a B por 400 m, B a C por 500 m y A a C por 800 m. ¿Cuál es la longitud de la pista?

A) 800 B) 1000 C) 1500
D) 2000 E) 2500

80. De una reunión, a la que asisten 378 personas, se sabe que por cada 7 varones hay 11 mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en dicha reunión?

A) 123 B) 126 C) 231
D) 233 E) 321

81. En una proporción geométrica continua cuyo producto de términos es 65536, se cumple que la media aritmética de los antecedentes es igual a $\frac{9}{16}$ de la media armónica de los consecuentes. Determine la diferencia entre los extremos.

A) 16 B) 18 C) 20
D) 24 E) 32

82. En una proporción geométrica discreta de razón entera la suma de todos sus términos es 65. Entre los consecuentes hay uno que se divide exactamente entre 3. Si todos los términos son enteros positivos mayores de uno, ¿cuántas proporciones cumplen con dichas condiciones?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

83. El producto de los 4 términos de una proporción geométrica cuya razón es $\frac{2}{3}$, es 656100. Si los antecedentes están en la relación de 3 a 5, determine la suma de los 4 términos de dicha proporción.

A) 90 B) 100 C) 120
D) 125 E) 150

84. Se tiene una proporción geométrica continua con extremos $\overline{abc}$ y $\overline{ec}$, donde $\overline{cd}$ es la media proporcional. Si se sabe que el producto de los cuatro términos es 2^{24} y con a, d, $(b - ne)$ y c se puede formar una proporción geométrica. Calcule "n" si es un entero positivo.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

85. En una proporción discreta, la suma de los extremos y la suma de medios están en la relación de 7 a 6. Al intercambiar-se los extremos, la suma de los antecedentes es $\frac{9}{4}$ de la suma de los consecuentes. Determine la mayor diferencia de dos términos de dicha proporción, si todos los términos son pares y los menores posibles.

A) 12 B) 23 C) 38
D) 46 E) 64

86. Dada la proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k; \text{ además se cumple que:}$$

$$\frac{a+4b}{3b} = \frac{2c-d}{d} = \frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

$$\text{Calcule: } U = \frac{mq + np + 9nq}{2np + 5mp + mq}$$

A) $\frac{35}{23}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{45}{23}$
D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{59}{70}$

87. Considerando: $\frac{60}{a+2b} = \frac{a-b}{5} = \frac{50}{a}$

Calcule: $(2a + b)$.

- A) 32 B) 35 C) 36
D) 40 E) 42

88. Si se cumple: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$,

donde k es un entero positivo, y que

$$\frac{b}{a} + \frac{5c^3 - 10e^3}{5d^3 - 10f^3} = \frac{17}{2}$$

El valor de k es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

89. En un conjunto de tres razones geométricas iguales y continuas, el producto de las 3 razones es igual a $\frac{1}{27}$ la suma de las 3 razones. Si la diferencia entre el mayor y menor término de la proporción es 52, halle la suma de los consecuentes.

- A) 36 B) 39 C) 48
D) 78 E) 90

90. Al dividir el producto de los antecedentes entre el producto de los consecuentes en un conjunto de 4 razones iguales y continuas; se obtuvo $\frac{16}{81}$. Si la suma del primer antecedente y el último consecuente es 776, el menor de los consecuentes es:

- A) 24 B) 36 C) 54
D) 81 E) 192

91. En un conjunto de 8 razones aritméticas continuas, la media aritmética de todos sus términos es 25 y la media armónica del décimo y décimo primer término es 15. Calcule la suma del tercero y quinto término.

- A) 50 B) 70 C) 90
D) 100 E) 105

92. En el conjunto de razones:

$$\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{4} = \frac{a_3}{9} = \dots = \frac{a_{30}}{900},$$

la suma de los antecedentes de las 15 primeras razones es 2480. la suma de cifras del resultado de sumar los antecedentes restantes es:

- A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14

93. Si $\underbrace{\frac{a}{b} = \frac{c}{c} = \dots = \frac{u}{v}}_{n \text{ razones}}$, es un conjunto de razones geométricas de razón entera y $b = 9d$, entonces el valor de:

$$E = \frac{a + 3b + 3c + 3d + \dots + 3u + 2v}{a - v}, \text{ es}$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 10^n
D) $\frac{2}{5} \times 10^n$ E) $\frac{2}{1007}$

94. Si $\frac{p}{s} = \frac{q}{t} = \frac{r}{u} = \frac{2}{7}$; $r.v - p.s - q.t = 714$, y

$$p^2 + q^2 = 52, \text{ calcule } (r + v).$$

- A) 28 B) 48 C) 56
D) 72 E) 96

95. Dado el conjunto de razones:

$$\frac{a}{32} = \frac{3640}{b} = \frac{5720}{c} = \frac{d}{123} = k$$

donde: $a, b, c, d, k \in \mathbb{N}$

$$8000 < a + d < 9000$$

La suma de las cifras de $a+b+c+d$ es:

- A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

96. En un conjunto de 2003 razones geométricas iguales y continuas, se observa que el último antecedente es 0,5 y la razón es 2. ¿Cuál es el antecedente que ocupa el lugar 1000?

- A) 2^{1000} B) 2^{1001} C) 2^{1002}
D) 2^{1003} E) 2^{1004}

97. Si: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$,

calcule:

$$E = \frac{\sqrt[n]{(a_1 + b_1)(a_2 + b_2) \dots (a_n + b_n)}}{\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} + \sqrt[n]{b_1 b_2 \dots b_n}}$$

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$
D) 1 E) 2

98. Se tiene un conjunto de cuatro razones geométricas iguales, en la que la suma de los cuadrados de los antecedentes es 2175 y la suma de los términos de cada razón es 14, 21, 35 y 49 respectivamente. Determine la suma de los antecedentes.

- A) 55 B) 65 C) 75
D) 85 E) 95

99. Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = k, k \in \mathbb{N}$ y

$(a - c) + 2(b - d) = 1080$, entonces el $\min\{c + k\}$ es:

- A) 40 B) 48 C) 52
D) 56 E) 68

100. Sea: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = k < 1$,

$$a \times d = 90, d \times e = 270, e \times h = 540,$$

$$a + d = 23 \text{ y } (c - b) = 1.$$

Determine el valor de $(a + h + f + g)$.

- A) 82 B) 84 C) 86
D) 88 E) 90



CLAVES

1	B	26	A	51	B	76	E
2	C	27	C	52	E	77	D
3	B	28	B	53	C	78	B
4	B	29	E	54	B	79	D
5	C	30	C	55	A	80	C
6	D	31	C	56	C	81	D
7	E	32	D	57	A	82	C
8	E	33	C	58	D	83	C
9	A	34	C	59	A	84	B
10	A	35	E	60	E	85	C
11	C	36	C	61	B	86	B
12	B	37	B	62	B	87	B
13	C	38	B	63	B	88	B
14	B	39	D	64	B	89	D
15	B	40	B	65	D	90	E
16	C	41	D	66	B	91	D
17	C	42	A	67	B	92	E
18	D	43	C	68	D	93	B
19	A	44	E	69	C	94	D
20	A	45	D	70	E	95	C
21	C	46	A	71	D	96	C
22	C	47	D	72	D	97	D
23	C	48	A	73	E	98	D
24	C	49	E	74	A	99	C
25	A	50	A	75	E	100	D

**SOLUCIONARIOS
EXAMENES DE ADMISIÓN
UNF - UNMSM**

UNI - 2000 - I

PROBLEMA 01: Cuatro hermanos reciben una herencia que la reparten en cantidades iguales a sus edades; pero luego piensa el menor (desfavorecido): si yo tuviera la mitad y mis hermanos la tercera, cuarta y sexta parte de lo que nos ha tocado, entonces todos tendríamos cantidades iguales y aún sobraría S/. 88. Halle la edad del mayor de los hermanos.

A) 60

B) 56

C) 50

D) 48

E) 42

Resolución:

Sean las edades de los cuatro hermanos:

$$A, B, C \text{ y } D \quad (A < B < C < D)$$

Entonces, reciben: A B C D (soles).

Según el razonamiento del menor:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{D}{6} = K$$

La herencia total sería:

$$A + B + C + D = 15K$$

Si cada uno recibiría K, se repartiría 4K, sobrando 11K.

Por dato: $11K = 88$

$$K = 8$$

Entonces, la edad del mayor (D) es:

$$\therefore 6K = 48$$

Rpta.: A

PROBLEMA 02: Una gran cisterna abierta tiene en la parte superior dos grifos, A y B. El grifo A llena la cisterna en 4 horas, mientras que B lo hace en 5 horas más que empleando los dos grifos A y B. ¿En cuánto tiempo se llena la cisterna utilizando solo el grifo B?

A) 15,25 h

B) 2,63 h

C) 10,84 h

D) 7,63 h

E) 21,69 h

Resolución:

Grifo	Tiempo de llenado en horas	En 1 hora se llena del volumen total
A	4	$\frac{1}{4}$
B	T + 5	$\frac{1}{T+5}$
A y B	T	$\frac{1}{T}$

Podemos ver que lo que llenan A y B juntos en una hora, es:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{T+5} = \frac{1}{T}$$

Resolviendo la igualdad:

$$\frac{T+9}{4(T+5)} = \frac{1}{T}$$

$$T^2 + 5T - 20 = 0$$

Resolviendo por la fórmula general:

$$T = \frac{\sqrt{105} - 5}{2} \approx 2,63$$

Luego, el tiempo de llenado por el grifo B:

$$\therefore T + 5 = 7,63$$

Rpta.: D

PROBLEMA 03: De los siguientes enunciados:

- Existen únicamente 10 números de cuatro cifras que son cubos perfectos.
- El residuo de la raíz cúbica de un número positivo es siempre menor que el triple del cuadrado de la raíz más el triple de la raíz más uno.
- La suma de los cubos de tres números enteros consecutivos es divisible por tres veces el número del medio y por nueve.

Podemos afirmar correctamente que:

- A) FFF
D) VFV

B) FVF

- C) FVV
E) VVV

Resolución:

I. Los cubos perfectos de 4 cifras:

$$1000 \leq K^3 \leq 10000$$

$$10 \leq K \leq 21,5....$$

$$K: 10; 11; 12;; 21 \text{ (12 valores)}$$

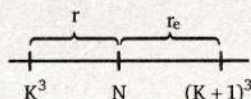
Existen 12 valores de 4 cifras.

La proposición es falsa.

II. Sea el número N:

$$\begin{array}{r} \text{raíz} \\ \sqrt[3]{N} \overline{) K} \\ r \\ \text{residuo} \\ N = K^3 + r \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt[3]{N} \overline{) K+1} \\ r_e \\ N = (K+1)^3 - r_e \end{array}$$

Gráficamente:



Dado que el residuo por exceso es diferente de cero, tenemos:

$$N < (K+1)^3$$

$$K^3 + r < (K+1)^3$$

$$K^3 + r < K^3 + 3K^2 + 3K + 1$$

$$r < 3K^2 + 3K + 1$$

La proposición es verdadera.

III. Sean los números consecutivos $(a-1)$, a , $(a+1)$; sumando sus cubos.

$$(a-1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1 \quad (+)$$

$$a^3 = a^3$$

$$(a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

$$(a-1)^3 + a^3 + (a+1)^3 = 3a(a^2 + 2)$$

Observamos que $3a(a^2 + 2)$ es múltiplo de $3a$.

Ahora comprobemos si es múltiplo de 9.

$$3a(a^2 + 2) \equiv 9$$

$$a(a^2 + 2) \equiv 3$$

Existen tres posibilidades respecto al módulo 3, verificando cada una:

$$\text{Si } a = 3: \quad \frac{0}{3} \frac{0}{(3+2)} = \frac{0}{3}$$

$$\text{Si } a = 3+1: \quad \frac{0}{(3+1)} \frac{0}{(3+1+2)} = \frac{0}{3}$$

$$\text{Si } a = 3+2: \quad \frac{0}{(3+2)} \frac{0}{(3+4+2)} = \frac{0}{3}$$

La proposición es verdadera.

∴ La secuencia correcta es FVV.

Rpta.: D

PROBLEMA 04: A 60 alumnos se aplicó un examen de matemática y se anotó el tiempo en minutos que se demoró cada uno en contestar el examen. Los tiempos se ordenaron en una tabla de frecuencias con amplitudes iguales. He aquí algunos resultados:

Tiempos (minutos)	x_i	f_i	F_i	$\%_i$
[-]	75			10
[-]		14		
[-]	95			
[-]			52	20
[-]				
Total				

Indique el número de alumnos que terminaron el examen en más de hora y media.

A) 20

B) 25

C) 30

D) 35

E) 40

Resolución:

De la tabla de 5 intervalos tenemos que: $95 - 75 = 2W$ (W: longitud intervalo).
Entonces: $W = 10$, es el rango de cada intervalo.

Para conocer a los que terminaron en más de hora y media (90 minutos), necesitamos el total (F_5) y los que terminan en 90 minutos o menos (F_2).

$$10\%(60) = f_1 \rightarrow f_1 = 6$$

$$F_2 = 6 + 14 = 20$$

Completamos la tabla:

Tiempos (minutos)	x_i	f_i	F_i	$\%_i$
$[70-80]$	75	6	6	0,10
$[80-90]$	85	14	20	0,23
$[90-100]$	95	20	40	0,33
$[100-110]$	105	12	52	0,20
$[110-120]$	115	8	60	0,14
Tota!		60		1

El número de estudiantes que terminaron el examen en más de 90 minutos es:

$$\therefore F_5 - F_2 = 60 - 20 = 40$$

Rpta.: E

PROBLEMA 05:

La tabla siguiente presenta el ausentismo laboral en una empresa. Indicado por el número de trabajadores ausentes para cada día de trabajo, registrado para 90 días laborables del año 1999

Trabajadores ausentes por día	Número de días
0 - 4	9
5 - 9	15
10 - 14	21
15 - 19	30
20 - 24	15
Total	90

Luego el porcentaje de los días laborables en los cuales el ausentismo laboral es de 8 a 18 trabajadores ausentes por día es:

A) 47,3%

B) 52,5%

C) 55,7%

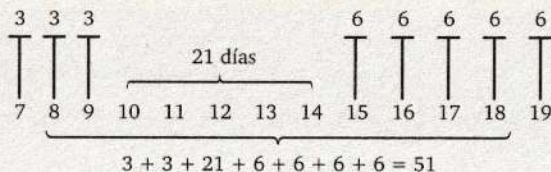
D) 56,7%

E) 58,5%

Resolución:

Podemos observar rápidamente que la variable (Nº de trabajadores) es discreta, es decir son datos específicos.

Razón por la cual analizaremos día a día en el siguiente gráfico:



Llevándolo a porcentajes, tenemos:

$$\therefore \frac{51}{90} \times 100\% = 56,7\%$$

Rpta.: D

PROBLEMA 06: Un grupo de 6 alumnos resuelven en 5 horas una tarea consistente en 10 problemas de igual dificultad. La siguiente tarea consiste en resolver 4 problemas cuya dificultad es el doble que la de los anteriores. Si no se presentan 2 integrantes del grupo, entonces los restantes alumnos terminarán la tarea en:

A) 60
D) 48

B) 56

C) 50
E) 42

Resolución:

Observamos las magnitudes del problema y su relación:

	1º.	2º.
Nº de Alumnos (A)	6	4
Tiempo empleado en horas (T)	5	n
Nº de problemas Resueltos (P)	10	4
Dificultad (D)	1	2

Del cuadro, podemos formar la relación de proporcionalidad:

$$\frac{A \times T}{P \times D} = \text{Constante.}$$

Reemplazando los datos del problema, se tiene que:

$$\frac{6 \times 5}{10 \times 1} = \frac{4 \times n}{4 \times 2}$$

$$\frac{n}{2} = 3$$

$$\therefore n = 6$$

Rpta.: A

PROBLEMA 07: El número de cifras de un número positivo A es el doble del número de cifras del número positivo B y el cuádruple del número de cifras del número positivo C. Si

D tiene d cifras ($d > 4$), entonces el número mínimo de cifras de $\frac{A^3 \times D}{B^4 \times C^4}$ es:

A) $d + 6$ B) $d + 3$

C) d

D) $d - 3$ E) $d - 6$ **Resolución:**

De acuerdo a los datos, sabemos que:

A tiene $4n$ cifras B tiene $2n$ cifras

C tiene n cifras D tiene d cifras

Por propiedades y dando forma a los componentes de la expresión pedida:

$$10^{4n-1} \leq A < 10^{4n} \rightarrow 10^{12n-3} \leq A^3 < 10^{12n}$$

$$10^{d-1} \leq D < 10^d$$

$$10^{2n-1} \leq B < 10^{2n} \rightarrow \frac{1}{10^{8n}} < \frac{1}{B^3} \leq \frac{1}{10^{8n-4}}$$

$$10^{n-1} \leq C < 10^n \rightarrow \frac{1}{10^{4n}} < \frac{1}{C^4} \leq \frac{1}{10^{4n-4}}$$

Multiplicando las expresiones tenemos que:

$$\frac{10^{12n-3} \times 10^{d-1}}{10^{8n} \times 10^{4n}} \leq \frac{A^3 \times D}{B^4 \times C^4} < \frac{10^{12n} \times 10^d}{10^{8n-4} \times 10^{4n-4}}$$

$$10^{d-4} \leq \frac{A^3 \times D}{B^4 \times C^4} < 10^{d+8}$$

Por lo que la expresión tendría como mínimo:

$$\therefore (d - 4) + 1 = (d - 3) \text{ cifras}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 08: Un alumno del CEPRE – UNI recuerda que $\overline{53a33b5}$ es el número telefónico de una amiga. También se acuerda que $\overline{3a33b}$ es múltiplo de 7 y de 11 y no contiene ceros. Determine la suma de los dígitos de dicho número telefónico.

A) 29

B) 28

C) 27

D) 26

E) 25

Resolución: Número telefónico: $\overline{53a33b5}$

Además: $\overline{3a33b}$ $\begin{matrix} \nearrow 7 \\ \searrow 11 \end{matrix}$

$$\text{I. } \overline{3a33b} = \overset{0}{7} \rightarrow \begin{array}{r} 6 + b - a = \overset{0}{7} \\ \hline 31231 \\ \hline (-) (+) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6 \\ 1 \\ 8 \end{array}$$

$$\text{II. } \overline{3a33b} = \overset{0}{11} \rightarrow \begin{array}{r} 3 + b - a = \overset{0}{11} \\ \hline + - + - + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \\ 8 \end{array}$$

Verificamos que: $b - a = 8$, cumple en I y II, además sabemos que por datos y propiedad de las cifras, sólo cumplen:

$$b = 9 \wedge a = 1$$

Luego, el número telefónico es:

$$\overline{53a33b5} = 5313395$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 5 + 3 + 1 + 3 + 3 + 9 + 5 = 29$$

Rpta.: A

PROBLEMA 09: Un hombre muere dejando a su esposa embarazada un testamento de 130000 nuevos soles que se repartirá de la siguiente forma:

* $\frac{2}{5}$ a la madre y $\frac{3}{5}$ a la criatura si nace varón

* $\frac{4}{7}$ a la madre y $\frac{3}{7}$ a la criatura si nace niña.

Pero sucede que la señora da a luz un varón y una niña. Entonces, lo que les toca a la niña y al varón, en ese orden es:

- A) 25000; 65000 nuevos soles. B) 30000; 60000 nuevos soles.
C) 35000; 55000 nuevos soles.
D) 28000; 62000 nuevos soles. E) 32000; 58000 nuevos soles.

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 01

Resolución:

La herencia es de S/. 130000

Además, sabemos:

- Si nace varón

$$\left. \begin{array}{l} \text{Madre: } \frac{2}{5} \\ \text{Varón: } \frac{3}{5} \end{array} \right\} \frac{R_{\text{madre}}}{2} = \frac{R_{\text{varón}}}{3}$$

- Si nace mujer:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Madre: } \frac{4}{7} \\ \text{Mujer: } \frac{3}{7} \end{array} \right\} \frac{R_{\text{madre}}}{4} = \frac{R_{\text{mujer}}}{3}$$

Como nacieron varón y niña, establecemos una nueva relación:

Homogenizando: $\frac{R_{\text{madre}}}{4} = \frac{R_{\text{varón}}}{6} = \frac{R_{\text{mujer}}}{3} = k$

Aplicando propiedades de las proporciones:

$$\frac{R_{\text{madre}} + R_{\text{varón}} + R_{\text{mujer}}}{13} = k = \frac{130000}{13} = 10000$$

Reemplazando en lo pedido tenemos:

$$\begin{aligned} \therefore \text{La niña recibe: } 3 \times 10000 &= 30000 \\ \text{El varón recibe: } 6 \times 10000 &= 60000 \end{aligned}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 10:

En una reunión hay 40 damas y 20 varones. Se desea elegir un presidente, vicepresidente, tesorero y un secretario. La condición es que el tesorero sea una dama y el secretario un varón y nadie puede ocupar más de un cargo. Entonces el número de manera que puede elegirse ese grupo directivo es igual a:

A) 2644800

B) 2844600

C) 2866400

D) 3088400

E) 3244800

Resolución:

Dado que hay 40 damas y 20 varones:

- El número de maneras de elegir una tesorera es 40.
- El número de maneras de elegir un secretario varón es 20.

De las 60 personas que habían, ya se eligió 2 (un varón y una dama), quedando aún por elegir al vicepresidente y al presidente entre los 58 restantes.

Como las elecciones son una a continuación de otra, tenemos que:

- El número de maneras de elegir un vicepresidente es 58.
- El número de maneras de elegir un presidente es 57.

Entonces: Número de maneras de elegir al grupo directivo.

$$\therefore 20 \times 40 \times 58 \times 57 = 2644800$$

Rpta.: B

PROBLEMA 11: Por un dinero que recibí en préstamo al $\frac{1}{6}\%$ mensual (interés simple) y que devolví a los 100 días tuve que pagar de interés S/. 200. ¿Cuál fue la suma prestada?

A) S/. 30000

B) S/. 35000

C) S/. 36000

D) S/. 37000

E) S/. 38000

Resolución:

El interés simple se obtiene aplicando la tasa al capital C, en el tiempo.

$$r\% = \frac{1}{6}\% \text{ mensual} < > \frac{1}{6 \times 30}\% \text{ diario}$$

$$t = 100 \text{ días}; I = 200$$

Es decir:

$$(\text{interés}) = \left(\frac{\text{tasa}}{\text{diaria}} \right) \times (\text{capital}) \times \left(\frac{\text{tiempo}}{\text{días}} \right)$$

$$200 = \left(\frac{1}{6 \times 30}\% \right) \times C \times 100$$

$$\therefore C = \text{S/. } 36000$$

Rpta.: C

PROBLEMA 12:

Sea N un número de cinco cifras diferentes y no nulas. Sabiendo que N es igual a la suma de todos los números de tres cifras diferentes que puede formarse con las 5 cifras de N, halle la suma de las cifras de N.

A) 18

B) 21

C) 24

D) 27

E) 30

Resolución:

Sea el numeral buscado $N = \overline{abcde}$, en donde sus cifras son diferentes entre sí.

El total de numerales de la forma $\overline{xyz}$ de cifras diferentes entre sí, que se puede formar con las cifras de N es:

$$\overline{x \quad y \quad z}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$(5)(4)(3) = 60$$

Donde la suma de todos ellos podemos plantear:

- En unidades: $\frac{60}{5}(a+b+c+d+e) = 12(a+b+c+d+e)$

- En decenas: $\frac{60}{5}(a+b+c+d+e) = 12(a+b+c+d+e)$ docenas.

$$\frac{60}{5}(a+b+c+d+e) = 120(a+b+c+d+e) \text{ unidades.}$$

- En centenas: $\frac{60}{5}(a+b+c+d+e) = 12(a+b+c+d+e)$ centenas.

$$\frac{60}{5}(a+b+c+d+e) = 1200(a+b+c+d+e) \text{ unidades.}$$

Luego: $\text{Suma total} = 1332 \times (a+b+c+d+e)$

Por dato: $\overline{abcde} = 1332 \times (a+b+c+d+e)$ (Sabemos: $1332 = 9^{\circ}$)

$$\rightarrow a+b+c+d+e = 9^{\circ}$$

Pero además: $a+b+c+d+e$ puede ser: 9; 18; 27; 36 ó 45.

Luego: $\overline{abcde} = 1332 \times \underbrace{(a+b+c+d+e)}$
sólo cumple con 27.

$$\overline{abcde} = 1332 \times 27 = 35964$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 3 + 5 + 9 + 6 + 4 = 27$$

Rpta.: D

UNI - 2000 - II

PROBLEMA 13: Dado el número $\overline{1a1a11a111a\dots}$ de 90 cifras. Determine el mayor valor del dígito a, de modo que dicho número sea divisible por 9.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 9

Resolución:

Del numeral podemos plantear:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & a & 1 & 1 & 1 & a & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & a \\ \hline \text{Número de cifras:} & 2 & 3 & 4 & & & & & & & & & & & n \end{array}$$

Sabemos que: $\Sigma \text{ cifras} = 2 + 3 + 4 + \dots + n = 90$

$$\Sigma \text{ cifras} = \frac{n(n+1)}{2} - 1 = 90$$

$$n = 13$$

Aplicamos divisibilidad entre 9 para los 12 bloques obtenidos:

Bloques	Suma de cifras
1a	1 + a
11a	2 + a
111a	3 + a
1111a	4 + a
$\vdots$	$\vdots$
11...111a	n + a

Por propiedad de la divisibilidad entre 9:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 12 + 12a = 9$$

$$\frac{12 \times 13}{2} + 12a = 9 \quad (\text{Si es múltiplo de 9 también es de 3}).$$

$$2 + a = 3$$

Entonces: a tiene como valores: 1, 4 ó 7

$$\therefore a_{\text{máx.}} = 7$$

Rpta.: D

PROBLEMA 14: El número $\overline{a26b}$ es múltiplo de 11. Entonces la diferencia entre el mayor de ellos y el menor es:

- A) 6798 B) 7997 C) 6334
D) 5533 E) 5005

Resolución:Del dato tenemos: $\overline{a26b} = 11$

Aplicando descomposición polinómica y divisibilidad:

$$\overline{a2} + 6\overline{b} = 10a + 2 + 60 + b = \overline{ab} + 62 = 11$$

$$\overline{ab} + 7 = 11$$

Para el numeral $\overline{ab}$ tenemos como valores:

15; 26; 37;.....; 92

Reemplazando:

Mínimo número: 1265

Máximo número: 9262

$$\therefore \text{Diferencia: } 9262 - 1265 = 7997$$

Rpta.: B**PROBLEMA 15:**

4 números entero positivos a, b, c, d están relacionados de la siguiente forma:

$$\frac{a^2}{b} = \frac{b}{c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} = d$$

Si $b = Ka$, entonces: $a + b + c + d$ es igual a:

A) $K^3 + K^2 + K - 1$

B) $K^3 - K^2 + K + 1$

C) $K^3 + K - 1$

D) $K^3 - K + 1$

E) $K^3 + K^2 - K - 1$

Resolución:

Del dato:

$$\bullet \quad \frac{a^2}{b} = \frac{b}{c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} = d$$

Por propiedad:

$$\frac{a^2 + b}{b + c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} \rightarrow \frac{b + c^2}{c^2 - c} = \frac{a + b + c}{a} = d$$

$$\bullet \quad a^2 \times c^2 = b^2$$

$$c = K$$

$$a \times c = b \text{ y } b = Ka \rightarrow a = K^2 - K$$

$$b = K(K^2 - K)$$

$$\frac{b}{c^2} = d \rightarrow \frac{K(K^2 - K)}{K^2} = d \rightarrow d = K - 1$$

$$\text{Reemplazando: } a + b + c + d = (K^2 - K) + K^2(K - 1) + K + K - 1$$

$$\therefore a + b + c + d = K^3 + K - 1$$

Rpta.: C

PROBLEMA 16: De los siguientes enunciados:

- I. Todo número impar es la diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos.
- II. El cuadrado de un número entero positivo par n , es igual a la suma de los n primeros números pares positivos.
- III. La diferencia de los cubos de dos números enteros consecutivos disminuido en una unidad, es siempre divisible por 6.

Podemos afirmar que:

A) FFF

B) FFV

C) FVF

D) VFF

E) VVV

Resolución:

- I. Sean los números consecutivos n y $n + 1$ ($\forall n \in \mathbb{Z}^+$), el número impar es: $2n + 1$, entonces:

$$2n + 1 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2)$$

$$2n + 1 = (n + 1)^2 - (n^2)$$

La proposición es verdadera.

- II. La suma de los n primeros números pares positivos es $n(n + 1)$.

Luego, la proposición indica: $n^2 = n(n + 1)$

La proposición es falsa.

- III. Sean los números consecutivos n y $n + 1$ ($\forall n \in \mathbb{Z}^+$). La proposición indica que la diferencia de sus cubos menos uno, **es siempre** divisible por 6; veamos:

$$(n + 1)^3 - n^3 - 1 = 3n(n + 1) = 6$$

Sabemos que: $n(n + 1) = 2$ ($\forall n \in \mathbb{Z}$)

$$n^3 - (n + 1)^3 - 1 = -3n(n + 1) - 2 = 6 - 2$$

Por lo que podemos afirmar que los valores de n no son divisibles por 6.

La proposición es falsa.

$\therefore$ La secuencia correcta es VFF

Rpta.: D

PROBLEMA 17: Tres socios reúnen 4800 nuevos soles para realizar una inversión, donde el primer socio obtiene una ganancia de 1600, el segundo es 1440 y el tercero 800. ¿Cuánto aportó el tercer socio?

- A) 1000 B) 1002 C) 1004
D) 1006 E) 1008

Resolución: Observamos que Capital DP Ganancias, veamos la relación en un cuadro:

Socios	Capitales	Ganancias
A	C_A	1600
B	C_B	1440
C	C_C	800

Además: $C_A + C_B + C_C = 4800$ y $\frac{C_A}{1600} = \frac{C_B}{1440} = \frac{C_C}{800}$

Simplificando y por propiedades de las proporciones:

$$\frac{C_A}{10} = \frac{C_B}{9} = \frac{C_C}{5} = \frac{C_A + C_B + C_C}{24} = \frac{4800}{24} = 200$$

Nos piden: $\therefore C_C = 5 \times 200 = 1000$

Rpta.: A

PROBLEMA 18: Se tienen 4 números. Al añadir el promedio de 3 de ellos al número restante, se obtienen los números 17; 21; 23 y 29. Entonces la suma de los 4 números es igual a:

- A) 1000 B) 1002 C) 1004
D) 1006 E) 1008

Resolución: Sean a, b, c, y d los 4 números; por condición del problema:

$$\bullet \frac{a+b+c}{3} + d = 17 \rightarrow a+b+c+3d = 51$$

$$\bullet \frac{a+b+d}{3} + c = 21 \rightarrow a+b+3c+d = 63$$

$$\bullet \frac{a+c+d}{3} + b = 23 \rightarrow a+3b+c+d = 69$$

$$\bullet \frac{b+c+d}{3} + a = 29 \rightarrow 3a+b+c+d = 87$$

Sumando: $6a+6b+6c+6d = 270$

$$\therefore a+b+c+d = 45$$

Rpta.: E

PROBLEMA 19: El señor Ruiz debe pagar en 4 meses una letra de S/. 15000 al 10% de descuento anual. Si renegocia pagando S/. 5000 y firma una letra pagadera en 10 meses al 12% de descuento anual, entonces el valor nominal de la letra es:

- A) S/. 10000,0 B) S/. 10555,6 C) S/. 10650,5
D) S/. 10857,1 E) S/. 11000,0

Resolución:

Sabemos: $V_N = 15000$ (Lo que debe pagar en 4 meses).

Notamos que: Valor Actual = $V_A = V_N - \text{Descuento}$

$$V_A = 15000 - \frac{10\% \times 15000}{12} \times 4 \text{ (anual a mensual).}$$

$$V_A = 14500$$

Si paga 5000, la deuda total que debe sería 9500.

$$\text{Valor Nominal Final} = V_{NF}$$

$$V_{NF} = 9500 + D_{\text{Letra}} \quad (D_{\text{Letra}} : \text{Descuento de letra}).$$

$$V_{NF} = 9500 + \frac{12\% \times V_{NF}}{12} \times 10 = 9500 + 0,1V_{NF}$$

$$\therefore V_{NF} = 10555,6$$

Rpta.: B

PROBLEMA 20: En una fiesta, los hombres y las mujeres asistentes están en la relación de 3 a 1. Después de transcurridas 6 horas se retiran 20 parejas y ocurre que la nueva relación de hombres a mujeres es de 5 a 1. Entonces, el número original de asistentes a la fiesta fue de:

- A) 160 B) 180 C) 200
D) 220 E) 240

Resolución:

Ordenando y llevando los datos a un esquema:

	Al inicio	Se fueron 20 parejas	Al final
Hombres	$3 \times 2K$	20	$5 \times K$
Mujeres	$1 \times 2K$	20	$1 \times K$
Diferencia	$2 \times 2K$		$4 \times K$

Como se fueron 20 parejas, la diferencia seguirá siendo igual.

Si los hombres disminuyeron, tenemos:

$$20 = 6K - 5K \rightarrow K = 20$$

Entonces, piden: Total = $6K + 2K$

$$\therefore \text{Total} = 8K = 8(20) = 160$$

Rpta.: D

PROBLEMA 21: Se sabe que la descomposición canónica de un número entero positivo N es:

$$N = (\overline{ab})^c (\overline{ac})^b \text{ y que tiene 32 divisores.}$$

Entonces, el menor valor posible de: $a + b + c$ es:

A) 14

B) 13

C) 12

D) 11

E) 10

Resolución:

Da la descomposición canónica sabemos que:

$$\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de} \\ \text{Divisores} \end{array} \right) = (c+1)(b+1) = 32 \\ \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \downarrow \\ \qquad \qquad \qquad 3 \qquad 7 \qquad 4 \times 8 \\ \qquad \qquad \qquad 7 \qquad 3 \qquad 8 \times 4 \end{array}$$

Luego, $\overline{a3}$ y $\overline{a7}$ son números primos:

$$\begin{cases} 13 \wedge 17 \rightarrow a = 1 \text{ (Mínimo)} \\ 43 \wedge 47 \rightarrow a = 4 \text{ (Máximo)} \end{cases}$$

Nos piden

$$(a + b + c)_{\min.}$$

$$\therefore (a + b + c)_{\min.} = 1 + 3 + 7 = 11$$

Rpta.: D

PROBLEMA 22: El valor de verdad de los siguientes enunciados:

I. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

II. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim q \vee p)$

III. $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

es (secuencia correcta).

A) VVV

B) FVF

C) FFV

D) VFF

E) FFF

Resolución:

Resolviendo y recordar que el enunciado es verdadero si es Tautológica.

I. Por propiedades: $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

$$[p \wedge (\sim p \vee q)] \rightarrow q$$

$$[(p \vee \sim p) \vee (p \wedge q)] \rightarrow q$$

F

$$(p \wedge q) \rightarrow q \cong (p \wedge q) \vee q$$

$$\sim p \vee \sim q \vee q \cong \sim p \vee V \cong V$$

El enunciado es verdadero.

II. Por propiedades: $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (p \vee q)$

$$\sim (p \vee q) \rightarrow (p \vee q) \cong \text{Es consistente}$$

El enunciado es falso.

III. Por tabla:

p	q	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$		
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F

Es consistente

El enunciado es falso.

 $\therefore$ La secuencia correcta es: VFF

Rpta.: D
PROBLEMA 23:

Sea $\overline{abab}$ un número de cuatro cifras, determine el menor número m tal que $\overline{abab} - m$ sea un cuadrado perfecto.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Resolución:

Nos piden: $\overline{abab} - m = k^2$ (m : mínimo).

$$101\overline{ab} - m = k^2$$

Restando 100 miembro a miembro:

$$101\overline{ab} - 100 - m = (k^2 - 100)$$

$$101\overline{ab} - (100 + m) = (k + 10)(k - 10)$$

Suponiendo que $m = 1$ y agrupando convenientemente:

$$101(\overline{ab} - 1) = (k + 10)(k - 10)$$

Igualando: $101 = k + 10 \wedge \overline{ab} - 1 = k - 10$
 $k = 91 \wedge \overline{ab} = k - 11 = 82$ (Número entero).
 $\therefore m_{\text{Min}} = 1$

PROBLEMA 24:

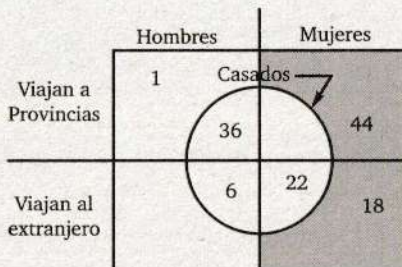
Un grupo de personas decide viajar y resulta que 40 mujeres van al extranjero, 37 hombres van a provincias, 28 casados van al extranjero y 45 solteros van a provincias. Si se sabe que hay 42 hombres casados y que 18 mujeres solteras viajan al extranjero, entonces el número de mujeres solteras es:

- A) 60 B) 62 C) 64
 D) 66 E) 68

Resolución:

Realizaremos operaciones de conjuntos y luego trasladaremos los datos a un diagrama:

- Mujeres que viajan al extranjero = 40
 Mujeres solteras que viajan al extranjero = 18
 → Mujeres casadas que viajan al extranjero = $40 - 18 = 22$ (I)
- Personas casadas que viajan al extranjero = 28(II)
 Restando (II) - (I):
 → Hombres casados que viajan al extranjero = $28 - 22 = 6$ (III)
- Hombres casados = 42, restando con (III):
 → Hombres casados que viajan a provincias: $42 - 6 = 36$
- Si: 37 hombres viajan a provincias y 36 son casados, entonces:
 → Hombres solteros que viajan a provincias = $37 - 36 = 1$ (IV)
- Si 45 personas viajan a provincias, restando con (IV)
 → Mujeres solteras que viajan a provincias: $45 - 1 = 44$



Nos piden: Mujeres solteras (Área sombreada).

$$\therefore 44 + 18 = 62 \text{ m}$$

Rpta.: B

UNMSM - 2005 - I

PROBLEMA 25: La media geométrica de cuatro números es $10\sqrt[4]{5}$ y su media aritmética es $\frac{55}{4}$.
Calcular la media aritmética de tres de ellos, sabiendo que la media geométrica de éstos es $10\sqrt[3]{5}$.

A) 17

B) 15,5

C) 16

D) 15

E) 18

Resolución:

Aplicando definición de la media geométrica tenemos:

$$a \times b \times c \times d = (10\sqrt[4]{5})^4 = 5 \times 10^4$$

Además:

$$\frac{a + b + c + d}{4} = \frac{55}{4}$$

$$a + b + c + d = 55$$

También:

$$MG(a; b; c) = \sqrt[3]{a \times b \times c} = 10\sqrt[3]{5}$$

Resolviendo:

$$a \times b \times c = 5 \times 10^3 \rightarrow d = 10$$

$$\rightarrow a + b + c = 45$$

$$\therefore MA(a; b; c) = \frac{a + b + c}{3} = 15$$

Rpta.: D

PROBLEMA 26: Al dividir el número $(2401)^{125} - 2$ entre 7, su residuo es:

A) 2

B) 6

C) 0

D) 5

E) 4

Resolución:

Sabemos:

$$2401 = 7 \times 343 = 7^5$$

Aplicando propiedades de la divisibilidad:

$$(2401)^{125} - 2 = (7^5)^{125} - 2 = 7^{625} - 2$$

Por propiedad:

$$7^0 - 2 = 7 + 5$$

$\therefore$ El residuo es 5

Rpta.: D

PROBLEMA 27: Si: $\frac{0,\overline{a(a-1)(a-2)}}{2} + \frac{0,\overline{(a-1)a}}{2} = \frac{329}{1980}$

donde la barra indica la parte periódica del número, ¿cuál es el valor de a ?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Resolución:

Eliminando denominadores comunes y aplicando propiedades:

$$0,\overline{a(a-1)(a-2)} + 0,\overline{(a-1)a} = \frac{329}{990}$$

$$0,\overline{a(a-1)(a-2)} + 0,\overline{(a-1)aa} = 0,\overline{332}$$

Entonces:

$$0,\overline{(2a-1)(2a-1)(2a-2)} = 0,\overline{332}$$

Sólo cumple:

$$\therefore a = 2$$

Rpta.: A**PROBLEMA 28:**

Dos números naturales consecutivos son tales que su suma y su producto son también números consecutivos. Hallar el cuadrado de la suma del menor con el duplo del mayor.

A) 49

B) 16

C) 25

D) 64

E) 81

Resolución:Sean los números, n y $(n + 1)$

Tenemos que:

$$\text{Suma : } 2n + 1 \quad \text{Producto : } n^2 + n$$

Por datos:

$$2n + 1 + 1 = n^2 + n$$

$$n^2 - n - 2 = 0$$

$$(n - 2)(n + 1) = 0$$

Pero, por dato:

$$n \in \mathbb{N} \rightarrow n = 2$$

Nos piden:

$$[n + 2(n + 1)]^2 = [2 + 2(3)]^2 = 8^2$$

$$\therefore [n + 2(n + 1)]^2 = 64$$

Rpta.: D

PROBLEMA 29: Hallar el valor de "n" si se sabe que el número $(189)^n$ tiene 133 divisores.

A) 4

B) 5

C) 6

D) 3

E) 2

Resolución:

$$189 = 3^3 \times 7 \Rightarrow (189)^n = 3^{3n} \times 7^n \text{ (tiene 133 divisores).}$$

Luego:

$$CD(189^n) = 133 = (3n + 1)(n + 1)$$

Operando:

$$3n^2 + 4n + 1 = 133$$

$$3n^2 + 4n - 132 = 0$$

Factorizando:

$$(3n + 22)(n - 6) = 0$$

$$\left(n = 6 \vee n = -\frac{22}{3} \right) \wedge n \in \mathbb{N}$$

$$\therefore n = 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 30: Si el número de cinco dígitos $\overline{ab1ba}$, donde $a > b$, es divisible entre 11, calcular el valor de $(a - b)$

A) 5

B) 1

C) 3

D) 6

E) 7

Resolución:

Sabemos que: $\overline{ab1ba} = \overline{11}, a > b$

Por criterios de divisibilidad entre 11, tenemos:

$$(a + 1 + a) - (b + b) = \overline{11}$$

$$2a + 1 - 2b = \overline{11}$$

$$2(a - b) + 1 = \overline{11}$$

Puede tomar los valores de: 11, 22, 33, como a y b son dígitos.

$$2(a - b) + 1 = 11$$

$$a - b = 5 \quad 5 > 0$$

$$\therefore a - b = 5$$

Rpta.: D

PROBLEMA 31: ¿Cuántas fracciones equivalentes a $\frac{11}{18}$ tienen como denominador un número de tres cifras que no es múltiplo de 5?

A) 42

B) 40

C) 44

D) 45

E) 50

Resolución:

Tenemos: $\frac{11}{18} < \frac{11k}{18k}$

Como $18k$ es un número de tres cifras, podemos plantear:

$$100 < 18k < 1000$$

$$5,5 < k < 55,5 ; k \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto: $k \in \{6; 7; 8; \dots; 54; 55\} \dots (I)$

Por condición: $18k \neq 5 \rightarrow k \notin \{10; 15; 20; \dots; 55\} \dots (II)$

De (I) podemos plantear, cantidad de números de una serie de razón 1.

$$a_n = a_1 + r(n-1), r = 1 \text{ (razón)}$$

$$55 - 6 = n - 1$$

$$n = 50$$

De (II), aplicamos el criterio anterior pero para una razón de 5.

$$a_n = a_1 + r(n-1), r = 5 \text{ (razón)}$$

$$55 = 10 + 5(n-1)$$

$$n = 10$$

$$\therefore \text{Nº fracciones} = 50 - 10 = 40$$

Rpta.: B

PROBLEMA 32: ¿Cuántos números pares de tres cifras se pueden formar utilizando los dígitos: 1; 3; 6; 7; 8 y 9?

A) 72

B) 36

C) 20

D) 84

E) 40

Resolución:

Sea el número de la forma: $\overline{mnp}$

Por dato, el número debe ser múltiplo de 2.

Dando los valores correspondientes tenemos:

$$m: \{1; 3; 6; 7; 8; 9\} = 6 \text{ valores.}$$

$$n: \{1; 3; 6; 7; 8; 9\} = 6 \text{ valores.}$$

$$p: \{6; 8\} = 2 \text{ valores.}$$

Multiplicando lo obtenido tenemos que:

$$\therefore \text{ Existen } 6 \times 6 \times 2 = 72 \text{ valores.}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 33:

Para a y b enteros, se define la operación:

$$3a^b * 5b^a = \sqrt{a^b + a^4 + b^2}$$

Calcular el valor de: $27 * 40$

A) $8\sqrt{2}$

B) $6\sqrt{2}$

C) $9\sqrt{2}$

D) $10\sqrt{2}$

E) $7\sqrt{2}$

Resolución:

Dando forma a la expresión que llamaremos M .

$$M = 27 * 40 = 3 \times 3^2 \times 5 \times 2^3$$

$$M = \sqrt{3^2 + 3^4 + 2^3}$$

$$M = \sqrt{9 + 81 + 8} = \sqrt{98}$$

$$\therefore M = 7\sqrt{2}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 34:

Sea el conjunto:

$$P = \{x \in \mathbb{N} / 110 \leq x \leq 140, x \text{ primo}\}$$

Calcular el número de elementos de P

A) 7

B) 4

C) 6

D) 8

E) 5

Resolución: Por simple inspección tenemos que:

$$P = \{113; 127; 131; 133; 139\}$$

$\therefore$ El número de elementos es 5.

Rpta.: E

PROBLEMA 35: Dos números son proporcionales a 2 y a 5 respectivamente; si se suma 175 al primero y 115 al otro, se obtienen cantidades iguales. ¿Cuál es el número menor?

A) 42

B) 40

C) 44

D) 45

E) 50

Resolución: Por condición y propiedades de proporciones:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5} \rightarrow 5a = 2b \dots\dots(I)$$

$$a + 175 = b + 115$$

Resolviendo: $b - a = 60 \dots\dots(II)$

Restando (II) y (I) obtenemos:

$$5a - 2a = 120$$

$$a = 40 \text{ y } b = 100$$

$\therefore$ El menor valor es 40

Rpta.: B

PROBLEMA 36: Si el MCD de 36 y 120 es n, entonces el MCD de 24; 90 y n^2 es:

A) 8

B) 6

C) 1

D) 2

E) 3

Resolución: Del dato:

$$\text{MCD}(36; 120) = n$$

Sabemos que:

$$\text{MCD}(36; 120) = \text{MCD}(12 \times 3; 12 \times 10)$$

$$\rightarrow n = 12$$

Piden:

$$\text{MCD}(24; 90; n^2)$$

$$\text{MCD}(24; 90; 144) = \text{MCD}(6 \times 4; 6 \times 15; 6 \times 24)$$

$$\therefore \text{MCD}(24; 90; n^2) = 6$$

Rpta.: B

PROBLEMA 37: Al simplificar $\frac{0,25 + 0,3}{0,25 + 0,45}$ se obtiene:

A) $\frac{1}{3}$

B) $-\frac{1}{3}$

C) -3

D) $-\frac{1}{6}$

E) 3

Resolución: Simplificando la expresión M.

$$M = \frac{0,25 + 0,3}{0,23 - 0,45} = \frac{\frac{25}{100} + \frac{3}{10}}{\frac{23}{100} - \frac{45}{100}} = \frac{\frac{25}{100} + \frac{30}{90}}{\frac{23}{100} - \frac{45}{100}} = \frac{525}{175}$$

$$\therefore M = 3$$

Rpta.: E

PROBLEMA 38: ¿En qué sistema de numeración se cumple que: $201 - 45 = 112$?

A) en base 8

B) en base 7

C) en base 9

D) en base 6

E) en base 11

Resolución: Sea la base n: $201_n - 45_n = 112_n$

Resolviendo por descomposición canónica tenemos:

$$2n^2 + 1 - 4n - 5 = n^2 + n + 2$$

$$n^2 - 5n - 6 = 0$$

$$(n - 6)(n + 1) = 0$$

Como la base no puede ser negativa, entonces $(n + 1) \neq 0$

$$\therefore n = 6$$

Rpta.: D

- 1 **Números y Proporciones - Promedios**
- 2 **Tanto por ciento - Mezclas**
- 3 **Magnitudes Proporcionales**
- 4 **Regla de Interés - Regla de Descuento**
- 5 **Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos**
- 6 **Relaciones Binarias - Teoría de Numeración**
- 7 **Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series**
- 8 **Teoría de la Divisibilidad**
- 9 **Estudio de los divisores $\mathbb{Z}^+$**
- 10 **Máximo Común Divisor - Mínimo Común Múltiplo**
- 11 **Potenciación y Radicación**
- 12 **Números Racionales**
- 13 **Estadística Descriptiva**
- 14 **Análisis Combinatorio**
- 15 **Teoría de Probabilidades**

Tel.: 424 - 6350

Cel.: 992 - 796104



Editorial RODO - Oficial



editorialrodo@gmail.com

TEMARIO ARITMÉTICA

Aritmética (15 folletos)
Álgebra (15 folletos)
Geometría (14 folletos)
Trigonometría (17 folletos)
Raz. Matemático (18 folletos)
Física (16 folletos)
Química (16 folletos)



- ✓ 140 páginas
- ✓ Marco teórico completo.
- ✓ 100 problemas resueltos
- ✓ 100 problemas propuestos con claves.
- Básico - Intermedio - Avanzado
- ✓ Exámenes de admisión resueltos .

* Datos referenciales

Nº

TEMAS

1

Razones y Proporciones - Promedios